www.1shoo.ir

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۹/۱۸

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه
تعداد سؤال ویژهٔ دی‌ماه: ۱۳۵	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی	مدت پاسخگویی ویژهٔ دی‌ماه
				از	تا		
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰		
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰		
		ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵		
		حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰		
		هندسه ۱	۵	۴۱	۴۵		
		آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵		
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه	۵۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰		
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰		
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه	۳۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵		
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵		

سایت کنکور

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

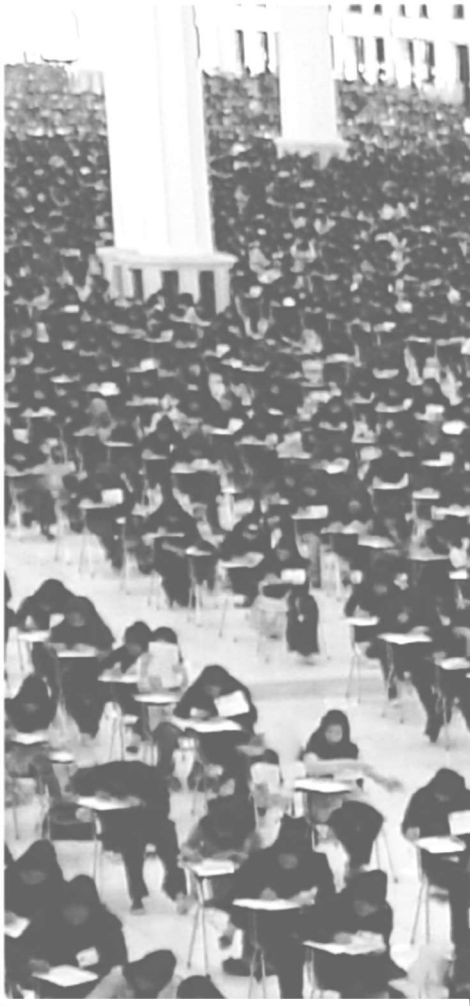
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

دروس		طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری حسین نادری	محدثه کارگرفرد ندا فرهختی ـ مینا نظری
	گسسته	مفید ابراهیم‌پور	
	هندسه (۳)	مجید فرهمندپور	
	ریاضی (۱)	سیروس نصیری مهدی وارسته	
	حسابان (۱)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح	
	هندسه (۱)	مجید فرهمندپور	
	آمار و احتمال	مجید فرهمندپور	
فیزیک		ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	سارا دانایی کجانی مروارید شاه‌حسینی
شیمی		پویا الفتی	ایمان زارعی ـ میلاد عزیزی رضیه قربانی

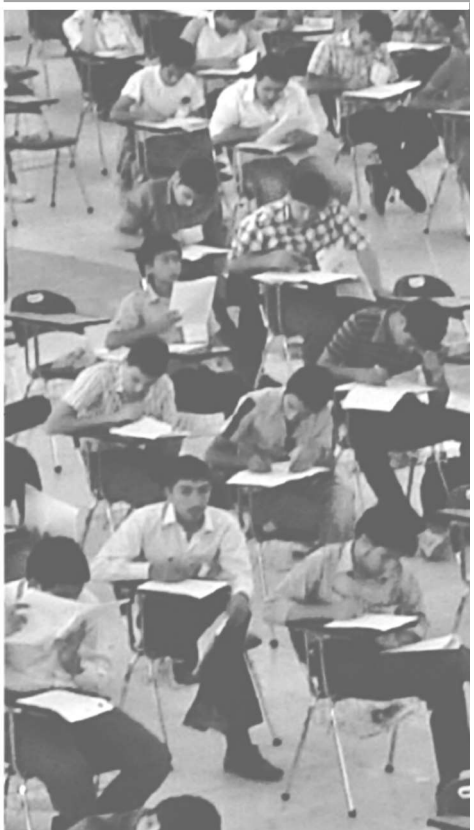


فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهنازکاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir
- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی با اولیا حداقل یک‌بار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۶۴۲۰—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

در گاج، بهترین صدا،
صدای دانش‌آموز است.

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

ریاضیات

۱ ۳ دورهٔ تناوب توابع $y=|a\sin bx|$ و $y=|a\cos bx|$ برابر با $\frac{\pi}{|b|}$ و دورهٔ تناوب توابع $y=|a\sin bx+c|$ و $y=|a\cos bx+c|$، $c\neq 0$ برابر با $\frac{2\pi}{|b|}$ است. بنابراین در این تابع دورهٔ تناوب برابر است با π و در نتیجه $c=\pi$ است. از طرفی عرض نقطهٔ تلاقی تابع با محور yها برابر است با ۲ در نتیجه $b=2$ و ماکزیمم تابع برابر ۵ پس $a=5$ است. بنابراین:

$$a\times b\times c=10\pi$$

۱ ۲

$$\left.\begin{matrix} f(x)=(\sin x+\cos x)^{1+\sin 2x} \\ y=2 \end{matrix}\right\}\Rightarrow (\sin x+\cos x)^{1+\sin 2x}=2$$

$$\Rightarrow (\sin x+\cos x)^{(\sin x+\cos x)^2}=2$$

$$\Rightarrow (\sin x+\cos x)^{(\sin x+\cos x)^2}=(\sqrt{2})^{(\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow \sin x+\cos x=\sqrt{2}\Rightarrow \sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{4})=1\xrightarrow[\text{مضاعف است.}]{\text{معادله دارای ریشهٔ}}$$

$$x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}\in[-\pi,\pi]$$

بنابراین خط و منحنی در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ فقط در یک نقطه به طول $\frac{\pi}{4}$ بر هم مماس‌اند.

۴ ۳ می‌دانیم $\tan x-\cot x=-2\cot 2x$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(x)=\tan(\frac{3\pi}{4}-ax)-\cot(\frac{3\pi}{4}-ax)=-2\cot(\frac{3\pi}{2}-2ax)$$

$$\Rightarrow f(x)=-2\tan 2ax\Rightarrow \text{دورهٔ تناوب}=\frac{\pi}{|2a|}$$

ضمناً از روی نمودار داده شده، دورهٔ تناوب برابر $\frac{\pi}{2}$ است. بنابراین

$$\frac{\pi}{|2a|}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow |2a|=2\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-1 \end{cases}$$

از طرفی چون نمودار رسم شده اکیداً صعودی است و در ضابطهٔ f، تانژانت ضریب منفی دارد پس $a=-1$ قابل قبول است.

$$f(x)=-2\tan(-2x)\Rightarrow f(x)=2\tan 2x$$

$$\Rightarrow f(\frac{5\pi}{6})=2\tan\frac{5\pi}{3}=2(-\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$$

۴ ۴ دورهٔ تناوب $f(x)$ برابر با $\frac{2\pi}{2a}$ یعنی $\frac{\pi}{a}$ است پس $\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{3}$ در نتیجه $a=3$ اکنون $g(x)=1-\cos^2(\frac{x}{3}-\pi)$ خواهد بود و ضمناً دورهٔ تناوب آن برابر است $\frac{\pi}{\frac{1}{3}}$ یعنی 3π می‌باشد.

۱ ۵

$$\cot x+\cot y=66\Rightarrow \frac{1}{\tan x}+\frac{1}{\tan y}=66\Rightarrow \frac{\tan x+\tan y}{\tan x\tan y}=66$$

$$\xrightarrow[\tan x+\tan y=22]{\text{می‌دانیم}} \frac{22}{\tan x\tan y}=66\Rightarrow \tan x\tan y=\frac{1}{3}$$

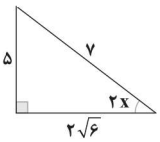
اکنون $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}=\frac{22}{1-\frac{1}{3}}=\frac{22}{\frac{2}{3}}$

$$\Rightarrow \tan(x+y)=33$$

۴ ۶

$$\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{2\sin x\cos x}=-\frac{2\sqrt{6}}{5}\Rightarrow \frac{-\cos 2x}{\sin 2x}=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \cot 2x=\frac{2\sqrt{6}}{5}\Rightarrow \sin 2x=\frac{5}{7}$$



۲ ۷ طبق فرض، مساحت دو مثلث با هم برابرند پس:

$$\frac{1}{2}\times 18\times 12\times\sin 2\alpha=\frac{1}{2}\times 9\times 8\times\sin\alpha\Rightarrow 3\sin 2\alpha=\sin\alpha$$

$$6\sin\alpha\cos\alpha=\sin\alpha\xrightarrow{\alpha\neq 0,\pi}\cos\alpha=\frac{1}{6}$$

$$\cos x=3\cos\alpha\Rightarrow \cos x=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$$

۱ ۸ می‌دانیم: $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$

بنابراین $\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}(1-\cos x)$. حال داریم:

$$1+\sin x\sin^2\frac{x}{2}=0\Rightarrow 1+\sin x(\frac{1}{2}(1-\cos x))=0$$

$$\Rightarrow 2+\sin x-\sin x\cos x=0\Rightarrow 2+\sin x=\sin x\cos x$$

سایت کنکور
forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

می‌دانیم سمت چپ معادله مقداری در بازه $[1,3]$ و سمت راست آن مقداری بین $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ می‌باشند، بنابراین تساوی هرگز برقرار نمی‌باشد پس معادله جواب ندارد.

۹ ۲

$$f(x)=\tan x+\cot x \Rightarrow f(x)=\frac{2}{\sin 2x}$$

$$\Rightarrow \min(f(x))=2 \Rightarrow a=2$$

$$A\begin{vmatrix}\frac{\pi}{12}\in \text{تابع} \Rightarrow b=\frac{2}{\sin 2\times\frac{\pi}{12}} \Rightarrow b=4 \Rightarrow a-b=-2\\ b\end{vmatrix}$$

۱۰ ۳

$$\frac{\cos 40^\circ}{\sin(45^\circ-x)}=2\cos(45^\circ-x)$$

$$\Rightarrow 2\sin(45^\circ-x)\cos(45^\circ-x)=\cos 40^\circ$$

$$\Rightarrow \sin(90^\circ-2x)=\cos 40^\circ \Rightarrow \cos 2x=\cos 40^\circ$$

$$\Rightarrow 2x=40^\circ \Rightarrow x=20^\circ$$

۱۱ ۴ ابتدا معادله هم‌نهشتی را حل می‌کنیم.

$$4x \overset{5}{\equiv} 17 \Rightarrow 4x \overset{5}{\equiv} 17-5 \Rightarrow 4x \overset{5}{\equiv} 12$$

$$\xrightarrow[(4,5)=1]{\div 4} x \overset{5}{\equiv} 3 \Rightarrow x=5k+3$$

جواب‌های طبیعی دورقمی $=\{13,18,23,\ldots,98\}$

$$\Rightarrow \text{تعداد}=\frac{98-13}{5}+1=18$$

مجموع جواب‌ها $=13+18+23+\ldots+98$

$$\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} S_{18}=\frac{18}{2}(a_1+a_{18})=\frac{18}{2}(13+98)=9\times 111=999$$

۱۲ ۴

$$4x+4 \overset{8}{\equiv} 2x-2 \Rightarrow 2x \overset{8}{\equiv} -6 \xrightarrow[(2,8)=2]{\div 2} x \overset{4}{\equiv} -3$$

$$\Rightarrow x \overset{4}{\equiv} -3+4 \Rightarrow x \overset{4}{\equiv} 1 \xrightarrow{\text{به توان } 1401} x^{1401} \overset{4}{\equiv} 1$$

$$\Rightarrow x^{1401}+2 \overset{4}{\equiv} 3$$

۱۳ ۱ باید معادله هم‌نهشتی $14x \overset{8}{\equiv} 10$ را حل کنیم.

$$14x \overset{8}{\equiv} 10 \xrightarrow[(2,8)=2]{\div 2} 7x \overset{4}{\equiv} 5 \Rightarrow 7x \overset{4}{\equiv} 5+4(4)$$

$$7x \overset{4}{\equiv} 21 \xrightarrow[(4,7)=1]{\div 7} x \overset{4}{\equiv} 3 \Rightarrow x=4k+3$$

$$\xrightarrow{x>99} 4k+3>99 \Rightarrow k>24 \Rightarrow \min(k)=25$$

کم‌ترین عدد سه‌رقمی $x=4(25)+3=103$

مجموع ارقام $=4$

۱۴ ۳

$$2x^2+7x+3=(2x+1)(x+3)$$

بنابراین اگر $(2x+1)(x+3)$ مضرب ۱۱ باشد، یکی از عبارات $x+3$ یا $2x+1$ مضرب ۱۱ می‌باشند. بنابراین داریم:

الف) $2x+1 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 2x \overset{11}{\equiv} -1 \Rightarrow x \overset{11}{\equiv} 5 \Rightarrow x=11k+5$

ب) $x+3 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow x \overset{11}{\equiv} -3 \Rightarrow x \overset{11}{\equiv} 8 \Rightarrow x=11k+8$

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی در این دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$x=11k+5 \Rightarrow x=995$$

$$x=11k+8 \Rightarrow x=998 \Rightarrow \text{مجموع ارقام}=9+9+8=26$$

۱۵ ۳ می‌دانید که: شرط این‌که معادله $ax+by=c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a,b)|c$ بنابراین:

$$(4a+3,3a-2)|5n+2 \xrightarrow{(4a+3,3a-2)=d} \begin{matrix} d|4a+3\\ d|3a-2\end{matrix}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d|3(4a+3)-4(3a-2)$$

$$\Rightarrow d|17 \Rightarrow d=1 \text{ یا } 17$$

از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عدد را عاد می‌کند بنابراین $17|5n+2$

$$17|5n+2 \Rightarrow 5n \overset{17}{\equiv} -2 \Rightarrow 5n \overset{17}{\equiv} -2+17$$

$$\xrightarrow[(5,17)=1]{\div 5} n \overset{17}{\equiv} 3 \Rightarrow n=17k+3$$

$$\xrightarrow{k=1} \text{کم‌ترین مقدار دورقمی } n=20$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۱۶ **۴** شرط جواب صحیح برای معادله سیاله $ax+by=c$ آن است که $(a,b)|c$

$(۲۸,۱۰۴)|۷n-۲ \Rightarrow ۴|۷n-۲ \Rightarrow ۷n-۲ \overset{۴}{\equiv} ۰$

$\Rightarrow ۷n \overset{۴}{\equiv} ۲+۳\times۴ \Rightarrow ۷n \overset{۴}{\equiv} ۱۴ \xrightarrow[(۷,۴)=۱]{\div ۷} n \overset{۴}{\equiv} ۲$

$n=۴k+۲ \Rightarrow$ بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی $=۹۹۸$

مجموع ارقام $=۲۶$

۱۷ **۳**

$۱۱y \overset{۱۲}{\equiv} ۷۵۹ \xrightarrow{۷۵۹ \overset{۱۲}{\equiv} ۳} ۱۱y \overset{۱۲}{\equiv} ۳ \Rightarrow ۱۱y \overset{۱۲}{\equiv} ۳-۳(۱۲)$

$۱۱y \overset{۱۲}{\equiv} -۳۳ \xrightarrow[(۱۱,۱۲)=۱]{\div ۱۱} y \overset{۱۲}{\equiv} -۳ \Rightarrow y=۱۲k-۳$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی $y=۱۲(۸)-۳=۹۳$

۱۸ **۱**

$۵x-۱۲y=۱۷ \Rightarrow ۵x \overset{۱۲}{\equiv} ۱۷ \Rightarrow ۵x \overset{۱۲}{\equiv} ۱۷-۱۲=۵$

$\xrightarrow[(۱۲,۵)=۱]{\div ۵} x \overset{۱۲}{\equiv} ۱ \Rightarrow x=۱۲k+۱$

در معادله سیاله اولیه قرار می‌دهیم.

$۵(۱۲k+۱)-۱۲y=۱۷ \Rightarrow ۱۲y=۶۰k-۱۲ \Rightarrow y=۵k-۱$

حال تعداد جواب‌های طبیعی دورقمی را پیدا می‌کنیم:

$(۱)\ ۱\le k\le ۸ \Rightarrow \frac{۹}{۱۲}\le k\le \frac{۹۸}{۱۲} \Rightarrow ۱۰\le ۱۲k+۱\le ۹۹ \Rightarrow ۱۰\le x\le ۹۹$

$(۲)\ ۳\le k\le ۲۰ \Rightarrow \frac{۱۱}{۵}\le k\le ۲۰ \Rightarrow ۱۰\le ۵k-۱\le ۹۹ \Rightarrow ۱۰\le y\le ۹۹$

$(۱)\cap(۲) \Rightarrow ۳\le k\le ۸ \Rightarrow$ تعداد $=۶$

۱۹ **۱** ابتدا معادله سیاله را تشکیل داده سپس آن را حل می‌کنیم:

$۲۲۰۰x+۱۴۰۰y=۱۹۰۰۰۰ \Rightarrow \begin{matrix} x= \text{تعداد دفترهای ۲۲۰۰تومانی} \\ y= \text{تعداد دفترهای ۱۴۰۰تومانی} \end{matrix}$

$\xrightarrow{\div ۲۰۰} ۱۱x+۷y=۹۵۰\ (*)$

$۱۱x \overset{۷}{\equiv} ۹۵۰ \xrightarrow[۹۵۰ \overset{۷}{\equiv} ۵]{۱۱ \overset{۷}{\equiv} ۴} ۴x \overset{۷}{\equiv} ۵ \Rightarrow ۴x \overset{۷}{\equiv} ۵+۷=۱۲$

$\xrightarrow[(۴,۷)=۱]{\div ۴} x \overset{۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow x=۷k+۳$

با جایگذاری در معادله اولیه $(*)$ داریم:

$۱۱(۷k+۳)+۷y=۹۵۰ \Rightarrow y=۱۳۱-۱۱k$

$x+y=-۴k+۱۳۴ \xrightarrow{k=۰} \max(x+y)=۱۳۴$

۲۰ **۱**

$۷۹x \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \xrightarrow{۷۹ \overset{۱۳}{\equiv} ۱} x \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \Rightarrow x=۱۳k+۱$

$۱\le ۱۳k+۱\le ۹۹۹ \Rightarrow ۰\le ۱۳k\le ۹۹۸$

$\xrightarrow{\div ۱۳} ۰\le k\le \frac{۹۹۸}{۱۳} \Rightarrow ۰\le k\le ۷۶ \Rightarrow$ تعداد $=۷۷$

۲۱ **۲**

$۴A=\begin{bmatrix} |A| & ۱۶ \\ -۴ & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |۴A|=|A|^۲+۶۴ \Rightarrow ۱۶|A|=|A|^۲+۶۴$

$\Rightarrow |A|^۲-۱۶|A|+۶۴=۰ \Rightarrow (|A|-۸)^۲=۰ \Rightarrow |A|=۸$

$|۲A^{-۱}|=۴|A^{-۱}|=۴\frac{۱}{|A|}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$

۲۲ **۱** ماتریس A به صورت $\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & b & ۰ \\ ۰ & ۰ & c \end{bmatrix}$ است که $|A|=abc=۸$.

چون $a\ne b\ne c$ و $a,b,c\in\mathbb{N}$ است، پس این اعداد ۱ و ۲ و ۴ هستند و ماتریس $A+I$ یک ماتریس قطری به صورت $\begin{bmatrix} a+۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & b+۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & c+۱ \end{bmatrix}$ است،

که اعداد روی قطر اصلی ۲ و ۳ و ۵ است پس: $|A+I|=۵\times۳\times۲=۳۰$

۲۳ **۴**

$(A-I)^۲=-۶A \Rightarrow A^۲-۲A+I=-۶A \Rightarrow A^۲+I=-۴A$

$\Rightarrow |A^۲+I|=|-۴A| \Rightarrow |A^۲+I|=(-۴)^۳|A|=-۶۴\times-\frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow |A^۲+I|=۱۶ \Rightarrow |A^۳+A|=|A.(A^۲+I)|=|A|.|A^۲+I|$

$=-\frac{۱}{۴}\times۱۶=-۴$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۲۴ **۴**

$$\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ -۲ & ۱ & ۷\\ a & b+۱ & c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ ۱ & -b-۱ & ۲c\\ ۲ & -۱ & -۷\end{vmatrix}$$

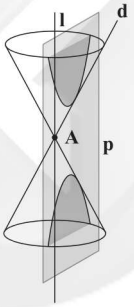
$$=\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ -۲ & ۱ & ۷\\ a & b+۱ & c\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ ۲ & -۱ & -۷\\ ۱ & -b-۱ & ۲c\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ -۲ & ۱ & ۷\\ a & b+۱ & c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ -۲ & ۱ & ۷\\ ۱ & -b-۱ & ۲c\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۵ & ۰ & ۳\\ -۲ & ۱ & ۷\\ a+۱ & ۰ & ۳c\end{vmatrix}$$

براساس ستون دوم حاصل دترمینان را محاسبه می‌کنیم.

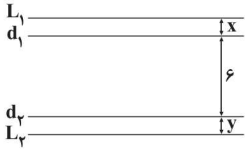
$$\text{حاصل}=\begin{vmatrix}۵ & ۳\\ a+۱ & ۳c\end{vmatrix}=۱۵c-۳a-۳=۳(۵c-a-۱)$$

۲۵ **۴** در این‌صورت فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی یک هذلولی است.



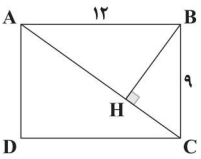
۲۶ **۲** مکان هندسی موردنظر دو خط موازی با خط‌های $d_۱$ و $d_۲$ است.

اگر فاصله خط $L_۱$ تا $d_۱$ برابر x و فاصله خط $d_۲$ تا $L_۲$ برابر y باشد، داریم:



$$x+۶+x=۱۰\Rightarrow ۲x=۴\Rightarrow x=۲$$
$$y+y+۶=۱۰\Rightarrow ۲y=۴\Rightarrow y=۲$$
$$L_۲\text{ تا }L_۱\text{ فاصله خط }=y+۶+x=۱۰$$

۲۷ **۲**

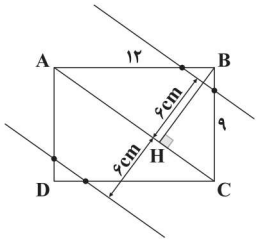


$$\overset{\Delta}{ABC}: AC^۲=AB^۲+BC^۲=۱۴۴+۸۱=۲۲۵\Rightarrow AC=۱۵$$

$$S_{ABC}:\frac{AB\times BC}{۲}=\frac{AC\times BH}{۲}$$

$$\Rightarrow BH=\frac{AB\times BC}{AC}=\frac{۹\times ۱۲}{۱۵}=۷/۲$$

مکان هندسی نقاطی که از قطر AC به فاصلهٔ ۶cm باشد دو خط به موازات AC و به فاصله ۶cm از آن است که در ۴ نقطه محیط مستطیل را قطع می‌کنند.



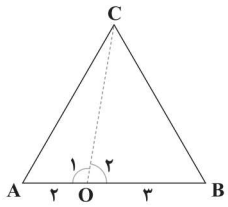
پس فاصلهٔ این چهار نقطه از قطر AC برابر ۶ واحد است.

۲۸ **۲** مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است (خط L) و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۳ باشد، ۲ خط موازی با d به فاصلهٔ ۶ از هم است (خطوط d' و d'').

محل برخورد خط L با دو خط d' و d'' جواب مسئله است که ۳ حالت دارد.

خط L هر دو خط d' و d'' را قطع کند، ۲ جواب و خط L با خط d' و d'' موازی باشد، مسئله جواب ندارد و خط L بر یکی از خطوط d' یا d'' منطبق شود، مسئله بی‌شمار جواب دارد.

۲۹ **۱** اگر نقطه O روی پاره خط AB طوری اختیار شود که $OA=۲$ و $OB=۳$ باشد و O را به C وصل کنیم، داریم:



$$\hat{O}_۱+\hat{O}_۲=۱۸۰\Rightarrow \cos\hat{O}_۱=-\cos\hat{O}_۲$$

$$\overset{\Delta}{OAC}: AC^۲=۴+OC^۲-۲(۲)OC\cos\hat{O}_۱$$

$$\Rightarrow ۳AC^۲=۱۲+۳OC^۲+۱۲OC\cos\hat{O}_۲ \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{OBC}: BC^۲=۹+OC^۲-۲(۳)OC\cos\hat{O}_۲$$

$$\Rightarrow ۲BC^۲=۱۸+۲OC^۲-۱۲OC\cos\hat{O}_۲ \quad (۲)$$

با جمع دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$۳AC^۲+۲BC^۲=۳۰+۵OC^۲\Rightarrow ۳۵=۳۰+۵OC^۲$$

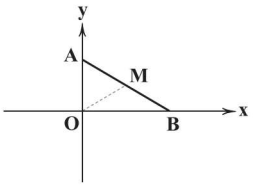
$$\Rightarrow OC^۲=۱\Rightarrow OC=۱$$

پس مکان هندسی نقطه C دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ است.

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۳۰ ۳



اگر A و B روی محور حرکت کنند، مثلث OAB همواره در رأس O قائم‌الزاویه است و OM میانه وارد بر وتر است پس $OM=\frac{AB}{۲}=۵$، عرض مکان هندسی نقطه M دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ است و می‌دانیم حداکثر فاصله نقطه‌ای مثل C تا محیط دایره برابر $OC+R$ است.

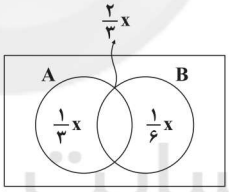
$$OC=\sqrt{۵^۲+۱۲^۲}=۱۳$$

$$\text{حداکثر فاصله}=OC+R=۵+۱۳=۱۸$$

۳۱ ۱

$$\begin{cases}n(A)=x\\ n(B)=y\end{cases}\Rightarrow \frac{۲}{۳}x=\frac{۴}{۵}y\Rightarrow y=\frac{۵}{۶}x$$

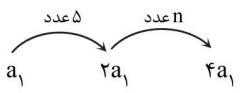
در نتیجه:



$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}x+\frac{۲}{۳}x+\frac{۱}{۶}x=\frac{۷x}{۶}=۱۴۰\Rightarrow x=۱۲۰$$

$$A'-B'=\frac{۱}{۶}\times x=\frac{۱}{۶}\times ۱۲۰=۲۰$$

۳۲ ۲



$$\Rightarrow \frac{۲a_۱-a_۱}{۵+۱}=\frac{۴a_۱-۲a_۱}{n+۱}\Rightarrow n=۱۱$$

ضمناً

$$d=\frac{t_۷-t_۱}{۷-۱}=\frac{۲a_۱-a_۱}{۶}\Rightarrow a_۱=۶d$$

$$\Rightarrow \frac{a_۷}{a_۴}=\frac{a_۱+۶d}{a_۱+۳d}=\frac{۱۲d}{۹d}=\frac{۴}{۳}$$

۳۳ ۴

$$\begin{matrix}a_۱ & a_۳ & a_۵\\ \downarrow & \downarrow & \downarrow\\ a_۱+۱ & a_۳+۲ & a_۵+۳\end{matrix}$$

واضح است که دنباله حاصل باز هم حسابی است از طرفی چون دنباله هندسی نیز می‌باشد پس دنباله ثابت است و داریم:

$$a_۱+۱=a_۳+۲\Rightarrow a_۱+۱=a_۱+۲d+۲\Rightarrow d=-\frac{۱}{۲}$$

۳۴ ۱

$$\sin\alpha=\sqrt{\frac{\tan\alpha}{\sqrt{۳}+\tan\alpha}}\Rightarrow \frac{۱}{\sin\alpha}=\sqrt{\frac{\sqrt{۳}+\tan\alpha}{\tan\alpha}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\sin^۲\alpha}=\frac{\sqrt{۳}+\tan\alpha}{\tan\alpha}\Rightarrow ۱+\cot^۲\alpha=\frac{\sqrt{۳}+\tan\alpha}{\tan\alpha}$$

$$\Rightarrow \cot\alpha=\sqrt{۳}$$

۳۵ ۳

$$(\sqrt[۳]{۲})^۲=۲^{\sin\alpha}\times ۲^{\cos\alpha}\Rightarrow ۲^{\frac{۲}{۳}}=۲^{\sin\alpha+\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha+۲\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow ۲\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{۵}{۹}\Rightarrow \sin\alpha\times\cos\alpha=-\frac{۵}{۱۸}$$

$$\Rightarrow \sin^۳\alpha+\cos^۳\alpha$$

$$=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha-\sin\alpha\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \sin^۳\alpha+\cos^۳\alpha=(\frac{۲}{۳})(۱+\frac{۵}{۱۸})=\frac{۲}{۳}\times\frac{۲۳}{۱۸}=\frac{۲۳}{۲۷}$$

۳۶ ۳ اگر مجموع n جملهٔ اول یک دنباله حسابی به صورت $S_n=An^۲+Bn$ باشد، داریم $d=۲A$ بنابراین:

$$S_n=۲n^۲-۳n\Rightarrow\begin{cases}a_۱=S_۱=-۱\\ d=۲(۲)=۴\end{cases}$$

مجموع n جمله اول در دنباله حسابی از رابطهٔ $S_n=\frac{n}{۲}[۲a_۱+(n-۱)d]$ محاسبه می‌شود.

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

در مجموع جملات با شماره مضرب ۳ ، جمله اول برابر a_3 و قدرنسبت برابر $3d$ و تعداد جملات ۱۳ جمله است. داریم:

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = -1 + 8 = 7 \\ S = a_3 + a_6 + \ldots + a_{39} = \frac{13}{2}[2a_3 + 12(3d)] \\ = \frac{13}{2}[2(7) + 12(12)] = 1027 \end{cases}$$

در مجموع جملات با شماره مضرب ۴ ، جمله اول برابر a_4 و قدرنسبت برابر $4d$ و تعداد جملات ۱۰ جمله است. داریم:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d = 11 \\ S' = a_4 + a_8 + \ldots + a_{40} = \frac{10}{2}[2a_4 + 9(4d)] \\ = 5[2(11) + 9(16)] = 830 \end{cases}$$

و در نتیجه خواهیم داشت: $S - S' = 1027 - 830 = 197$

۳۷ ۱ در دنباله هندسی اگر جمله اول را a_1 و قدرنسبت را q فرض کنیم، مجموع n جمله اول از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

بنابراین داریم:

$$f(x) = \cos^2 x + \cos^4 x + \ldots + \cos^{256} x = \frac{\cos^2 x[1-(\cos^2 x)^{128}]}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x(1-\cos^{256} x)}{\sin^2 x} = \cot^2 x(1-\cos^{256} x)$$

در تابع $g(x)$ کل عبارت را در $(1-\cos x)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$g(x) = \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)(1+\cos^2 x)\ldots(1+\cos^{128} x)}{1-\cos x}$$

$$= \frac{(1-\cos^2 x)(1+\cos^2 x)\ldots(1+\cos^{128} x)}{1-\cos x}$$

$$= \frac{(1-\cos^4 x)(1+\cos^4 x)\ldots(1+\cos^{128} x)}{1-\cos x}$$

$$= \frac{(1-\cos^{128} x)(1+\cos^{128} x)}{1-\cos x} = \frac{1-\cos^{256} x}{1-\cos x}$$

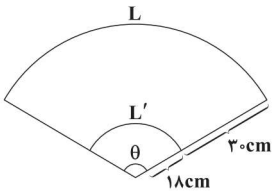
در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\cot^2 x(1-\cos^{256} x)}{\frac{1-\cos^{256} x}{1-\cos x}} = \cot^2 x(1-\cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{f(\frac{\pi}{3})}{g(\frac{\pi}{3})} = \cot^2 \frac{\pi}{3}(1-\cos\frac{\pi}{3}) = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2(1-\frac{1}{2}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

۳۸ ۲ می‌دانیم در یک قطاع اگر زاویه قطاع برحسب رادیان برابر θ و شعاع قطاع را R بنامیم و طول کمان را L فرض کنیم، داریم: $L = R\theta$

در شکل زیر شعاع قطاع کوچک ۱۸cm و شعاع قطاع بزرگ ۴۸cm است. اگر طول کمان در قطاع بزرگ را L و طول کمان در قطاع کوچک را L' فرض کنیم، داریم:



$$\theta = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$$

$$L = 48\theta = 48 \times \frac{5\pi}{6} = 40\pi\ \text{cm}$$

$$L' = 18\theta = 18 \times \frac{5\pi}{6} = 15\pi\ \text{cm}$$

$$\text{محیط قسمت پاک‌شده} = 2(30) + L + L' = 60 + 40\pi + 15\pi$$

$$= 60 + 55\pi = 5(11\pi + 12)$$

۳۹ ۲ ابتدا هر یک از نسبت‌های موجود در صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم.

$$\cos(\frac{9\pi}{2} - 2\alpha) = \cos(4\pi + \frac{\pi}{2} - 2\alpha) = \cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\cos(19\pi + 2\alpha) = \cos(18\pi + \pi + 2\alpha) = \cos(\pi + 2\alpha) = -\cos 2\alpha$$

$$\sin(20\pi - 2\alpha) = \sin(-2\alpha) = -\sin 2\alpha$$

$$\sin(\frac{7\pi}{2} + 2\alpha) = \sin(2\pi + \frac{3\pi}{2} + 2\alpha) = \sin(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha) = -\cos 2\alpha$$

بنابراین عبارت A به صورت زیر خواهد بود:

$$A = \frac{3\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha}{-2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}$$

صورت و مخرج کسر را بر $\cos 2\alpha$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$A = \frac{3\tan 2\alpha + 4}{-2\tan 2\alpha - 3}$$

با داشتن $\cot\alpha = 2$ داریم $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ بنابراین:

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

و در نتیجه عبارت A برابر است با:

$$A = \frac{3(\frac{4}{3}) + 4}{-2(\frac{4}{3}) - 3} = \frac{8}{-\frac{17}{3}} = -\frac{24}{17}$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

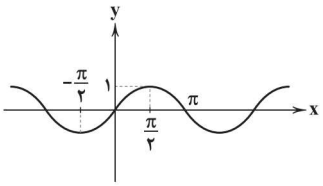
www.1shoo.ir

۴۰ **۲** ابتدا ضابطه را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$y=۲(\frac{۱}{۲}\sin x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x)=۲(\sin x\cos\frac{\pi}{۳}+\cos x\sin\frac{\pi}{۳})$$

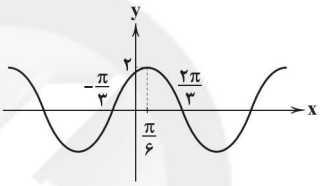
$$=۲\sin(x+\frac{\pi}{۳})$$

نمودار تابع $y=\sin x$ به شکل زیر است:



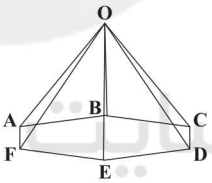
اگر عرض نقاط نمودار فوق را۲ برابر کرده و به اندازه $\frac{\pi}{۳}$ به چپ منتقل کنیم،

نمودار $y=۲\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ به شکل زیر خواهد بود:



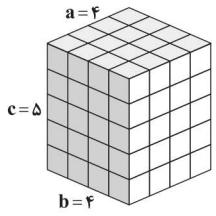
۴۱ **۲** کل خطوط FA، EF، DE، CD، BC و AB در یک صفحه قرار دارند و با هم متنافر نیستند.

خطوط OF، OE، OD، OC، OB و OA در رأس O متقاطع هستند.



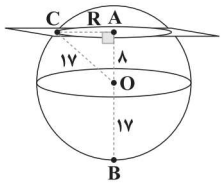
هر پاره‌خط مثل OA با دو ضلع ۶ ضلعی (AF , AB) متقاطع و با ۴ ضلع دیگر متنافر هستند پس به طور کلی $۶\times۴=۲۴$ جفت خط داریم که با هم متنافر هستند.

۴۲ **۳** اگر در یک مکعب مستطیل طول و عرض و ارتفاع آن a، b و c باشد و همه وجوه آن رنگ‌آمیزی شده باشد، در این‌صورت تعداد مکعب‌های رنگ نشده $(a-۲)(b-۲)(c-۲)$ است.



$$\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}=(۴-۲)(۵-۲)(۴-۲)=۲\times۳\times۲=۱۲$$

۴۳ **۴**



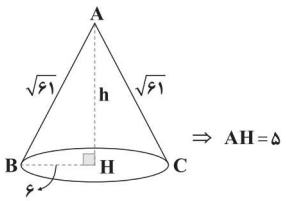
$$AB=۲۵\Rightarrow \underbrace{BO}_{R}+OA=۲۵\Rightarrow ۱۷+OA=۲۵\Rightarrow OA=۸$$

$$\overset{\Delta}{OAC}:OC^۲=OA^۲+AC^۲\Rightarrow ۱۷^۲=۸^۲+R^۲$$

$$\Rightarrow ۲۸۹=۶۴+R^۲\Rightarrow R^۲=۲۲۵\Rightarrow R=۱۵$$

$$S=\pi R^۲=\pi(۱۵)^۲\Rightarrow S=۲۲۵\pi$$

۴۴ **۲** نمای روبه‌روی مخروط یک مثلث متساوی‌الساقین است.



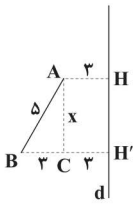
$$\Rightarrow AH=۵$$

$$AH^۲=AB^۲-BH^۲=۶۱-۳۶=۲۵$$

$$\Rightarrow AH=۵$$

$$V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h=\frac{۱}{۳}\pi(۶)^۲(۵)=۶۰\pi$$

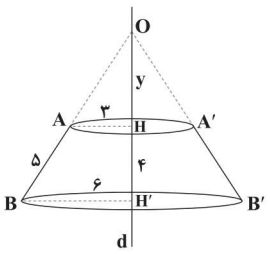
۴۵ **۱**



$$\overset{\Delta}{ABC}:AB^۲=BC^۲+AC^۲\Rightarrow ۲۵=۹+x^۲$$

$$\Rightarrow x^۲=۱۶\Rightarrow x=۴\Rightarrow HH'=۴$$

از دوران پاره‌خط AB حول خط d یک مخروط ناقص به وجود می‌آید:



forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

$\overset{\Delta}{OBH'}: AH \parallel BH' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OH}{OH'} = \frac{AH}{BH'}$

$\Rightarrow \frac{y}{y+۴} = \frac{۳}{۶} \Rightarrow ۲y = y+۴ \Rightarrow y = ۴$

مخروط کوچک $v = \frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲ \times OH = \frac{۱}{۳}\pi \times ۹ \times ۴ = ۱۲\pi$

مخروط بزرگ $v = \frac{۱}{۳}\pi(BH')^۲ \times OH' = \frac{۱}{۳}\pi \times ۳۶ \times ۸ = ۹۶\pi$

مخروط ناقص $v = ۹۶\pi - ۱۲\pi = ۸۴\pi$

۴۶ ۳

$n(S) = ۶!$

دو برادر کنار هم باشند $n(A') = ۵! \times ۲!$

$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۵! \times ۲!}{۶!} \Rightarrow P(A') = \frac{۱}{۳}$

$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۳} \Rightarrow P(A) = \frac{۲}{۳}$

۴۷ ۲

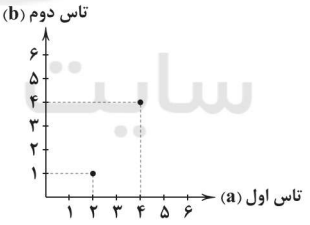
$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$

شرط ریشهٔ مضاعف داشتن معادلهٔ $x^۲ + ax + b = ۰$ آن است که $\Delta = ۰$ باشد.

$\Delta = ۰ \Rightarrow a^۲ - ۴(۱)(b) = ۰ \Rightarrow a^۲ = ۴b$

$A = \{(۲, ۱), (۴, ۴)\} \Rightarrow n(A) = ۲$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۳۶} \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۱۸}$



۴۸ ۱

$P(A) = ۰/۲۴ \qquad P(B) = ۰/۴۳ \qquad P(A \cap B) = ۰/۰۸$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۲۴ + ۰/۴۳ - ۰/۰۸ = ۰/۵۹$

$P(A \cup B)' = ۱ - P(A \cup B) = ۱ - ۰/۵۹ = ۰/۴۱$

۴۹ ۴

فضای نمونه‌ای یک بازی $= \{(پ, ر, پ), (ر, پ, پ), (پ, پ, پ), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (ر, ر, ر), (پ, پ, ر)\}$

$n(S) = ۸$

پس در ۳ بازی، فضای نمونه‌ای $۸ \times ۸ \times ۸ = ۵۱۲$ حالت دارد.

۵۰ ۴

مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی $= \{۱, ۲, ۳, \ldots, ۹۹\} - \{۱, ۲, ۳, \ldots, ۹\}$

$\Rightarrow n(S) = ۹۰$

مضارب ۴: $n(A) = [\frac{۹۹}{۴}] - [\frac{۹}{۴}] = ۲۴ - ۲ = ۲۲$

مضارب مشترک ۴ و ۶ $n(A \cap B) = [\frac{۹۹}{۱۲}] - [\frac{۹}{۱۲}] = ۸$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۲۲ - ۸ = ۱۴$

$P(A - B) = \frac{n(A-B)}{n(S)} = \frac{۱۴}{۹۰} = \frac{۷}{۴۵}$

۵۱ ۳

$P(A) = \frac{۱}{۱۰}$

$P(B') = \frac{۱}{۵} \Rightarrow P(B) = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰}$

$\begin{cases} P(C') - P(C) = \frac{۹}{۱۰} \\ P(C') + P(C) = ۱ \end{cases} \Rightarrow P(C') = \frac{۱۹}{۲۰}, P(C) = \frac{۱}{۲۰}$

چون A ، B و C ناسازگار هستند.

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۸}{۱۰} + \frac{۱}{۲۰} = \frac{۱۹}{۲۰} = ۰/۹۵$

۵۲ ۱

i	a	b	c	d	e
P(i)	x	x+d	x+۲d	x+۳d	x+۴d

$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = ۱ \Rightarrow ۵x + ۱۰d = ۱$

$\Rightarrow x + ۲d = \frac{۱}{۵}$

$P(a) + P(c) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x + ۲d = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x + d = \frac{۱}{۴}$

$\begin{cases} x + ۲d = \frac{۱}{۵} \\ -x - d = -\frac{۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow d = -\frac{۱}{۲۰} \qquad x = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲۰} = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰}$

$P(\{b, e\}) = P(b) + P(e) = x + d + x + ۴d = ۲x + ۵d$

$= \frac{۶}{۱۰} - \frac{۱}{۴} = ۰/۶ - ۰/۲۵ = ۰/۳۵$

سایت کنکور
forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۵۳ **۲**

i	۱	۲	۳	۴
P(i)	$\frac{۳}{r}$	$\frac{۵}{r}$	$\frac{۷}{r}$	$\frac{۹}{r}$

$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)=۱\Rightarrow \frac{۲۴}{r}=۱\Rightarrow r=۲۴$$

$$P(۱)=\frac{۳}{r}=\frac{۳}{۲۴}=\frac{۱}{۸}$$

۵۴ **۴**

i	$m_۱$	$m_۲$	$m_۳$	$w_۱$	$w_۲$	$w_۳$	$w_۴$
P(i)	۲x	۲x	۲x	۳x	۳x	۳x	۳x

$$P(m_۱)+P(m_۲)+P(m_۳)+P(w_۱)+P(w_۲)+P(w_۳)+P(w_۴)$$

$$=۱\Rightarrow ۱۸x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۸}$$

$$P(m_۲\ ,\ w_۳)=۲x+۳x=۵x=\frac{۵}{۱۸}$$

۵۵ **۱** اگر شخص a را کنار بگذاریم، ۳ نفر دیگر به ۶ حالت زیر سوئیچ اتومبیل خود را برداشته‌اند.

bcd ×
bdc ×
cbd ×
cdb ✓
dbc ✓
dcb ×

$$\Rightarrow n(S)=۶\ ,\ n(A)=۲$$

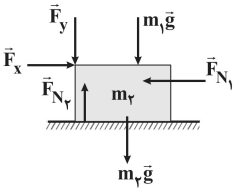
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

سایت کنکور
forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

فیزیک

۵۶ **۳** نیروهای وارد بر جسم به جرم $m_۲$ را رسم می‌کنیم:



نیروی عمودی سطح که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود را با $\vec{F}_{N_۱}$ و نیروی عمودی سطح که از طرف سطح افقی به جسم وارد می‌شود را با $\vec{F}_{N_۲}$ نشان داده‌ایم.

شرط ساکن ماندن جسم آن است که برایند نیروهای واردشده بر آن، در تمام راستاها صفر باشد، پس داریم:

$$F_{net_x}=۰\Rightarrow F_x-F_{N_۱}=۰\Rightarrow F_{N_۱}=۶N\Rightarrow \vec{F}_{N_۱}=-۶\vec{i}\,(N)$$

$$F_{net_y}=۰\Rightarrow F_{N_۲}-m_۲g-m_۱g-F_y=۰$$

$$\Rightarrow F_{N_۲}=(\frac{۷۰۰}{۱۰۰۰}\times۱۰)+(\frac{۳۰۰}{۱۰۰۰}\times۱۰)+۴$$

$$\Rightarrow F_{N_۲}=۱۴N\Rightarrow \vec{F}_{N_۲}=۱۴\vec{j}\,(N)$$

۵۷ **۲** هم در شروع حرکت و هم در اتمام حرکت، شتاب حرکت آسانسور رو به بالاست، بنابراین اندازهٔ نیروی عمودی سطح واردشده بر شخص در لحظهٔ شروع و اتمام حرکت برابر است با:

$$\begin{cases}\text{در لحظهٔ شروع حرکت}: F_{N_۱}=m(g+۴)\\ \text{در لحظهٔ اتمام حرکت}: F_{N_۲}=m(g+۸)\end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta F_N=m(g+۸)-m(g+۴)\Rightarrow \Delta F=۴m$$

طبق اطلاعات سؤال، اختلاف اندازهٔ نیروی عمودی سطح واردشده بر شخص در ابتدای این حرکت با لحظات پایانی این حرکت برابر با ۲۴۰N است، پس جرم شخص برابر است با:

$$\Delta F=۴m\xrightarrow{\Delta F=۲۴۰N}۴m=۲۴۰$$

$$\Rightarrow m=\frac{۲۴۰}{۴}=۶۰kg$$

۵۸ **۳** شرط شروع حرکت، غلبهٔ نیروی $\vec{F}$ بر نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.

اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینهٔ بین جسم و سطح برابر است با:

$$f_{s,max}=\mu_sF_N=\mu_smg=۰/۶\times۵\times۱۰=۳۰N$$

با توجه به این‌که $f_{s,max}>F$ است، بنابراین جسم در این ۲ ثانیه حرکت نخواهد کرد و ساکن است.

با افزایش نیرو به $۲F=۴۰N$ و با توجه به این‌که $۲F>f_{s,max}$ است، بنابراین جسم حرکت کرده و شتاب حرکت آن برابر است با:

$$\begin{cases}a_۲=\frac{F_{net}}{m}=\frac{F-f_k}{m}\\ f_k=\mu_kF_N=\mu_kmg\xrightarrow{\mu_k=۰/۳}۰/۳\times۵\times۱۰\Rightarrow f_k=۱۵N\end{cases}$$

$$\Rightarrow a_۲=\frac{F-f_k}{m}=\frac{۴۰-۱۵}{۵}=\frac{۲۵}{۵}\Rightarrow a_۲=۵\frac{m}{s^۲}$$

جابه‌جایی جسم در این سه ثانیه که نیروی $۲F$ به جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a_۲t^۲+v_۰t+\cancel{x_۰}^{۰}$$

$$\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times۵\times(۳)^۲\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times۵\times۹=۲۲/۵m$$

سرعت جسم در پایان ثانیهٔ پنجم برابر است با:

$$v=a_۲t+\cancel{v_۰}^{۰}=۵\times۳=۱۵\frac{m}{s}$$

شتاب جسم از لحظهٔ قطع نیروی $۲\vec{F}$ تا توقف کامل آن برابر است با:

$$a_۳=\frac{F_{net}}{m}=\frac{-f_k}{m}=\frac{-۱۵}{۵}=-۳\frac{m}{s^۲}$$

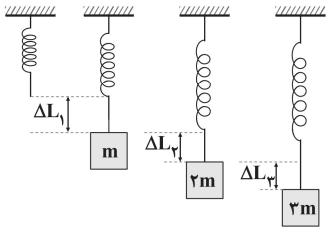
با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی جسم از لحظهٔ قطع نیروی $۲\vec{F}$ تا توقف کامل آن برابر است با:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a_۳\Delta x\Rightarrow ۰-(۱۵)^۲=۲\times(-۳)\times\Delta x\Rightarrow \Delta x=۳۷/۵m$$

بنابراین جابه‌جایی جسم از ابتدای وارد شدن نیروی $\vec{F}$ تا لحظهٔ توقف جسم برابر است با:

$$۲۲/۵+۳۷/۵=۶۰m$$

۵۹ **۱** طبق قانون هوک $(F_e=k\Delta L)$، تغییر طول فنر با نیروی واردشده به آن که برابر با وزن کل اجسام آویخته‌شده به آن است، نسبت مستقیم دارد، پس می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}\frac{\Delta L_۲}{\Delta L_۱}=\frac{۲mg}{mg}=۲=\alpha\\ \frac{\Delta L_۳}{\Delta L_۲}=\frac{۳mg}{۲mg}=\frac{۳}{۲}=\beta\end{cases}\Rightarrow \frac{\beta}{\alpha}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۳}{۴}$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۶۰ **۱** اندازهٔ نیروی گرانشی بین دو ذره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

که در این رابطه، G ثابت گرانش عمومی است.

با قرار دادن یکاها (واحدها) در رابطهٔ فوق، یکای G به دست می‌آید:

$$N = [G] \times \frac{kg.kg}{m^2} \Rightarrow [G] = \frac{N.m^2}{kg^2}$$

یکای نیرو طبق قانون دوم نیوتون برابر است با: $F = ma \Rightarrow N = \frac{kg.m}{s^2}$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$[G] = \frac{N.m^2}{kg^2} = \frac{\frac{kg \times \frac{m}{s^2} \times m^2}{kg}}{kg^2} = \frac{m^3}{kg.s^2}$$

از رابطهٔ کار، یکای کار (= یکای انرژی) چنین به دست می‌آید:

$$W = Fd \Rightarrow J = N.m$$

پس داریم: $[G] = \frac{N.m^2}{kg^2} = \frac{N \times m \times m}{kg^2} = \frac{J.m}{kg^2}$

تنها گزینه‌ای که نمی‌تواند یکای ثابت گرانش عمومی باشد، گزینهٔ (۱)، یعنی $\frac{N}{kg}$ است.

۶۱ **۲** قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

در مورد این سؤال که تنها نیروی وارد بر گلوله وزن آن است (چون در شرایط خلأ هستیم، نیروی مقاومت هوا وجود ندارد)، داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{g} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

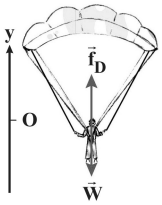
پس بردار $\Delta \vec{p}$ همواره هم‌جهت با بردار وزن و رو به پایین است.

۶۲ **۲** اندازهٔ سرعت چترباز از لحظهٔ رها شدن تا لحظهٔ باز شدن چترش افزایش می‌یابد و پس از باز شدن چترش (به علت شتابی که در ابتدا رو به بالا می‌گیرد و حرکتش کندشونده می‌شود.) کاهش می‌یابد و در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا این‌که نیروی مقاومت هوا و وزن هم‌اندازه شده و نیروهای وارد بر چترباز، متوازن می‌شوند. پس از این چترباز با تندی ثابتی موسوم به تندی حدی به طرف پایین حرکت می کند.

بررسی عبارت‌ها:

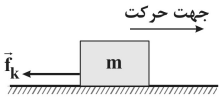
الف) در هنگامی که چترباز، چترش را باز می‌کند، به سبب نیروی مقاومت هوایی که به آن وارد می‌شود، شتابی به سمت بالا خواهد داشت. (✓)

ب) با توجه به شکل زیر، نیروی وزن به سمت پایین و نیروی مقاومت به سمت بالا است، پس عکس‌العمل نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز به سمت پایین است. (✓)



ج) تندی حدی **کم‌ترین** تندی چترباز در حین سقوطش است. (✗)

۶۳ **۳** وقتی جسم مماس بر سطح پرتاب می‌شود، تنها نیروی وارد بر آن نیروی اصطکاک جنبشی است. ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم.



$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k \cancel{m}g = \cancel{m}a \Rightarrow a = -\mu_k g$$

مشخص است که چون جرم از طرفین رابطه حذف شده است، پس تأثیری در شتاب جسم در این سؤال ندارد. برای به دست آوردن مسافت لازم برای توقف، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

$$v^2 - v_\circ^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_\circ^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-v_\circ^2}{2a} = \frac{-v_\circ^2}{-2\mu_k g}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_\circ^2}{2\mu_k g}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{v'_\circ}{v_\circ}\right)^2 \times \left(\frac{\mu_k}{\mu'_k}\right) = (1/2)^2 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = 0/72 \Rightarrow \Delta x' = 0/72\Delta x$$

درصد تغییرات مسافت توقف جسم برابر است با:

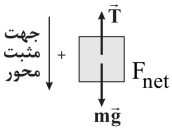
$$\frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \times 100 = \frac{0/72\Delta x - \Delta x}{\Delta x} \times 100 = \frac{-0/28\Delta x}{\Delta x} \times 100 = \%-28$$

بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط جسم تا لحظهٔ توقف، **۲۸ درصد کاهش می‌یابد.**

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

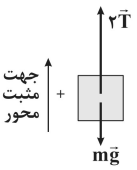
www.1shoo.ir

۶۴ **۱** در حالت اول و با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma \quad (۱)$$

در حالت دوم که جسم رو به بالا حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ma \Rightarrow ۲T - mg = ma \quad (۲)$$

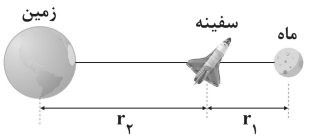
چون مقادیر ma در هر دو رابطهٔ (۱) و (۲) برابرند، می‌توان سمت چپ هر دو رابطه را مساوی قرار داد، بنابراین:

$$mg - T = ۲T - mg \Rightarrow ۲mg = ۳T \Rightarrow \frac{mg}{T} = \frac{۳}{۲}$$

۶۵ **۴** تکانه برابر با حاصل‌ضرب سرعت جسم در جرم جسم است، پس هر جا تکانه صفر شود، یعنی سرعت صفر شده است، پس تنها در لحظهٔ $t_۲$ سرعت صفر است.

شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ بیانگر جرم در شتاب است (ma)، که همان نیرو است، پس هر جا شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ صفر شود، نیرو صفر شده و در نتیجهٔ شتاب صفر می‌شود که این اتفاق تنها در لحظهٔ $t_۱$ اتفاق افتاده است.

۶۶ **۱** ابتدا شکل ساده‌ای از وضعیت سفینه و کرهٔ زمین و کرهٔ ماه را رسم می‌کنیم:



اطلاعات مربوط به کرهٔ ماه را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به کرهٔ زمین را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم و داریم:

$$F: \text{نیروی گرانشی} = \frac{GM_{\text{کره}}m_{\text{سفینه}}}{r^۲} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{M_۲}{M_۱} \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

توجه داشته باشید که G و $m_{\text{سفینه}}$ در هر دو رابطهٔ $F_۱$ و $F_۲$ یکسان هستند، در نتیجه با هم ساده شده‌اند.

بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف کرهٔ ماه، ۲۵ درصد بزرگی نیروی گرانش واردشده به سفینه از طرف زمین است، بنابراین:

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{M_۲}{M_۱} \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \xrightarrow{F_۲ = ۴F_۱} ۴ = ۸۱ \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} ۲ = ۹ \times (\frac{r_۱}{r_۲}) \Rightarrow r_۲ = ۴/۵ r_۱$$

فاصلهٔ مرکز کرهٔ ماه تا مرکز کرهٔ زمین برابر $۳۷۴ \times ۱۰^۶ \, m$ است، در نتیجه خواهیم داشت:

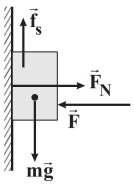
$$r_۱ + r_۲ = ۳۷۴ \times ۱۰^۶ \xrightarrow{r_۲ = ۴/۵ r_۱} ۴/۵ r_۱ + r_۱ = ۳۷۴ \times ۱۰^۶$$

$$\Rightarrow ۵/۵ r_۱ = ۳۷۴ \times ۱۰^۶ \Rightarrow r_۱ = \frac{۳۷۴ \times ۱۰^۶}{۵/۵}$$

$$\Rightarrow r_۱ = ۶۸ \times ۱۰^۶ \, m \xrightarrow{r_۲ = ۴/۵ r_۱} r_۲ = ۴/۵ \times (۶۸ \times ۱۰^۶)$$

$$\Rightarrow r_۲ = ۳۰۶ \times ۱۰^۶ \, m = ۰/۳۰۶ \times ۱۰^۹ \, m = ۰/۳۰۶ \, Gm$$

۶۷ **۳** ابتدا تمام نیروهای واردشده بر جسم را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که جسم در حالت تعادل قرار دارد، می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F_N = F \\ F_{net_y} = ۰ \Rightarrow f_s = mg \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح از رابطهٔ $f_{s,max} = \mu_s F_N$ به دست می‌آید، بنابراین با کاهش اندازهٔ $\vec{F}_N$، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی نیز کاهش می‌یابد.

۲) نیروی واردشده از طرف سطح به جسم برابر با برایند نیروهای عمودی سطح و نیروی اصطکاک است، یعنی: $R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲}$

بنابراین با کاهش اندازهٔ نیروی $\vec{F}_N$، نیروی واردشده از طرف سطح بر جسم نیز کاهش می‌یابد.

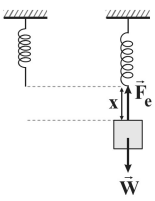
۳) با توجه به این‌که جسم، ساکن است، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح، برابر با نیروی وزن جسم است، بنابراین با کاهش اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ و با توجه به ساکن ماندن جسم، هم‌چنان نیروی اصطکاک برابر mg بوده و ثابت می‌ماند.

۴) اندازهٔ نیروی عمودی سطح واردشده بر جسم (F_N)، برابر با اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ است، بنابراین با کاهش اندازهٔ نیروی $\vec{F}$، نیروی عمودی سطح نیز کاهش می‌یابد.

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۶۸ ۱ هنگامی که وزنه به فنر متصل به سقف، آویزان است، طول فنر به اندازهٔ x متر افزایش می‌یابد و چون فنر در حال تعادل است، هیچ شتابی ندارد، بنابراین:



$$F_{net}=0 \Rightarrow W-F_e=0$$
$$\Rightarrow mg-kx=0 \Rightarrow mg=kx \quad (1)$$

در این حالت با نیرویی وزنه را به اندازهٔ x' پایین کشیدیم، در نتیجه داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F'_e-mg=ma \Rightarrow k(x+x')-mg=ma$$
$$\xrightarrow{(1)} kx+kx'-kx=ma \Rightarrow kx'=ma \Rightarrow a=\frac{kx'}{m}$$
$$\Rightarrow a=\frac{75\times 4\times 10^{-2}}{5}=0/6\frac{m}{s^2}$$

۶۹ ۴ با استفاده از رابطهٔ تکانه، ابتدا معادلهٔ سرعت ـ زمان جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$p=mv \Rightarrow v=\frac{p}{m}=\frac{t^2+t-54}{1} \Rightarrow v=t^2+t-54$$

سرعت متحرک را با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی محاسبه می‌کنیم:

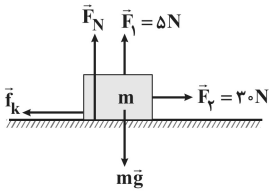
$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K=2J} 2=\frac{1}{2}\times 1\times v^2 \Rightarrow v^2=4 \Rightarrow v=2\frac{m}{s}$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، لحظه‌ای که سرعت متحرک، $2\frac{m}{s}$ است را به دست می‌آوریم:

$$2=t^2+t-54 \Rightarrow t^2+t-56=0 \Rightarrow (t-7)(t+8)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t-7=0 \Rightarrow t=7s & (\checkmark) \\ t+8=0 \Rightarrow t=-8s & (\times) \end{cases}$$

در نتیجه در لحظهٔ $t=7s$، انرژی جنبشی جسم برابر با $2J$ می‌شود.

۷۰ ۳ نیروهای واردشده بر جسم را رسم می‌کنیم:



به کمک قانون دوم نیوتون در حالت افقی، مقدار نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F_2-f_k=ma \Rightarrow 30-f_k=5m \Rightarrow f_k=30-5m \quad (1)$$

جسم در راستای قائم، حرکتی ندارد، پس برایند نیروهای واردشده بر جسم در راستای قائم صفر است، بنابراین:

$$F_{net_y}=0 \Rightarrow F_N+F_1=mg \Rightarrow F_N=mg-F_1 \Rightarrow F_N=10m-5 \quad (2)$$

طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال، اندازهٔ نیرویی که سطح به این جسم وارد می‌کند، برابر با $25N$ است، بنابراین:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_k^2} \Rightarrow 25=\sqrt{F_N^2+f_k^2}$$
$$\xrightarrow{(1)\text{ و }(2)} 25=\sqrt{(10m-5)^2+(30-5m)^2}$$
$$\Rightarrow 625=(10m-5)^2+(30-5m)^2$$

با حل معادلهٔ فوق، مقدار m برابر $2kg$ به دست می‌آید. البته توصیه می‌شود به جای حل معادله که بسیار وقت‌گیر است، مقادیر داده‌شده در گزینه‌ها را در این معادله امتحان کنید تا به گزینه‌ای که صدق می‌کند، برسید.

۷۱ ۱ نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می‌کند در حالت اول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N_1=m(g-a)=3\times(10-2)=3\times 8=24N$$

در حالت دوم اندازهٔ نیروی موردنظر ۱۲/۵ درصد افزایش یافته است، بنابراین خواهیم داشت:

$$N_2=\frac{100+12/5}{100}N_1=\frac{112/5}{100}N_1=1/125\times 24=27N$$

بزرگی شتاب حرکت جسم در حالت دوم برابر است با:

$$N_2=m(g-a) \Rightarrow 27=3\times(10-a) \Rightarrow 27=30-3a$$
$$\Rightarrow 3a=3 \Rightarrow a=1\frac{m}{s^2}$$

در نتیجه تغییرات بزرگی شتاب حرکت آسانسور نیز $1\frac{m}{s^2}$ است.

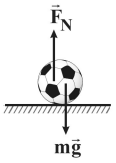
۷۲ ۳ به کمک تغییرات تکانهٔ توپ، اندازهٔ نیروی خالص متوسط واردشده به جسم را در مدت‌زمان برخورد با زمین به دست می‌آوریم:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{m\Delta v}{\Delta t}=\frac{3\times(3-(-5))}{0/04}=\frac{3\times 8}{0/04} \Rightarrow F_{av}=600N$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

در هنگام برخورد توپ با زمین، دو نیروی $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ به توپ وارد می‌شوند که برآیند آن‌ها ($\vec{F}_{av}$) به سمت بالا می‌باشد و داریم:



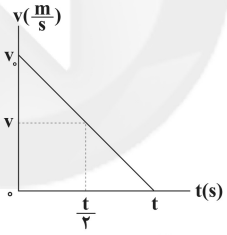
$$F_{av} = F_N - mg \Rightarrow ۶۰۰ = F_N - ۳\times۱۰ = F_N - ۳۰ \Rightarrow F_N = ۶۳۰N$$

دقت کنید: توجه داشته باشید در بازهٔ زمانی موردنظر، توپ در حال تعادل قرار ندارد و شما نمی‌توانید $\vec{F}_N$ را برابر $m\vec{g}$ قرار دهید.

۷۳ **۳** تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -۰/۲\times۱۰ = -۲\frac{m}{s^۲}$$

جسم با تندی اولیهٔ $v_۰$ پرتاب شده و پس از مدت‌زمان t، متوقف می‌شود، بنابراین نمودار سرعت ـ زمان حرکت این جسم به صورت زیر است:



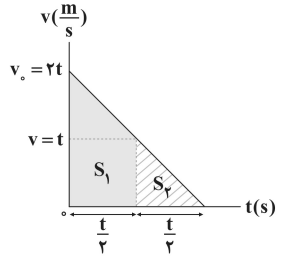
تندی متحرک در لحظهٔ $t=۰$ برابر است با:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{v=۰} -v_۰ = at \Rightarrow -v_۰ = -۲t \Rightarrow v_۰ = ۲t$$

با توجه به این‌که سرعت متحرک در لحظهٔ t برابر صفر است و با توجه به مفهوم شتاب، سرعت آن $\frac{t}{۲}$ ثانیه قبل از لحظهٔ توقف برابر است با:

$$v = |a|\times\frac{t}{۲} \xrightarrow{|a|=۲\frac{m}{s^۲}} v = ۲\times\frac{t}{۲} = t$$

مساحت زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، پس:



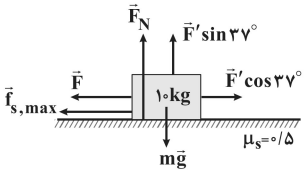
$$\begin{cases} S_۱ = \frac{v_۰ + v}{۲}\times\frac{t}{۲} = \frac{۲t+t}{۲}\times\frac{t}{۲} = \frac{۳t^۲}{۴} \\ S_۲ = \frac{v\times\frac{t}{۲}}{۲} = \frac{t\times\frac{t}{۲}}{۲} = \frac{t^۲}{۴} \end{cases}$$

طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$S_۱ = S_۲ + ۵۰ \Rightarrow \frac{۳t^۲}{۴} = \frac{t^۲}{۴} + ۵۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

بنابراین تندی اولیهٔ پرتاب این جسم برابر است با: $v_۰ = ۲t = ۲\times۱۰ = ۲۰\frac{m}{s}$

۷۴ **۴** فرض می‌کنیم جسم در آستانهٔ حرکت به سمت راست است، بنابراین:

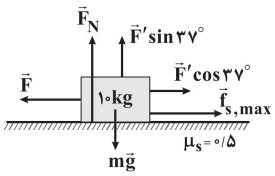


$$\begin{cases} F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F'\cos۳۷^\circ = F + f_{s,max} \Rightarrow F'\cos۳۷^\circ = F + \mu_s F_N \\ F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_N + F'\sin۳۷^\circ = mg \Rightarrow F_N = mg - F'\sin۳۷^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow F'\cos۳۷^\circ = F + \mu_s(mg - F'\sin۳۷^\circ)$$

$$\Rightarrow ۱۰۰\times۰/۸ = F + ۰/۵(۱۰۰-۶۰) \Rightarrow ۸۰ = F + ۲۰ \Rightarrow F = ۶۰N$$

این بار فرض می‌کنیم جسم در آستانهٔ حرکت به سمت چپ است، بنابراین:



$$\begin{cases} F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F = F'\cos۳۷^\circ + f_{s,max} \\ F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_N + F'\sin۳۷^\circ = mg \Rightarrow F_N = mg - F'\sin۳۷^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow F = F'\cos۳۷^\circ + \mu_s(mg - F'\sin۳۷^\circ)$$

$$\Rightarrow F = ۱۰۰\times۰/۸ + ۰/۵\times(۱۰۰-۶۰) \Rightarrow F = ۸۰ + ۲۰ \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

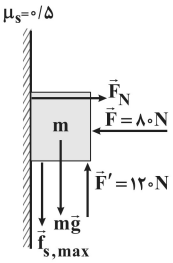
در نتیجه با در نظر گرفتن این‌که جسم در آستانهٔ حرکت به سمت راست قرار بگیرد و یا به سمت چپ، هر دو گزینهٔ (۱) و (۳) می‌توانند صحیح باشند.

سایت کنکور

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۷۵ ۲ با فرض این‌که جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا باشد، خواهیم داشت:



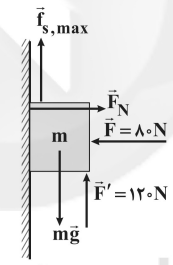
$$F_{net_x}=۰\Rightarrow F_N=F=۸۰N$$

$$F_{net_y}=۰\Rightarrow F'=mg+f_{s,max}\Rightarrow ۱۲۰=mg+(۰/۵\times ۸۰)$$

$$\Rightarrow ۱۲۰=mg+۴۰\Rightarrow mg=۸۰\xrightarrow{g=۱۰\frac{N}{kg}} m_{min}=\frac{۸۰}{۱۰}=۸kg$$

m باید حداقل $۸kg$ باشد.

با فرض این‌که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین باشد نیز می‌توان نوشت:



$$mg=F'+f_{s,max}$$

$$\Rightarrow mg=۱۲۰+(۰/۵\times ۸۰)$$

$$\Rightarrow mg=۱۲۰+۴۰=۱۶۰\xrightarrow{g=۱۰\frac{N}{kg}} m=\frac{۱۶۰}{۱۰}=۱۶kg$$

$$\Rightarrow m_{max}=۱۶kg$$

بنابراین به‌ازای هر جرم $۸\le m\le ۱۶kg$ جسم روی دیوار ثابت می‌ماند.

۷۶ ۴ با توجه به برابر بودن تکانهٔ دو ماهواره با یک‌دیگر، می‌توان نوشت:

$$r_۱=R_e+h_۱=R_e+R_e=۲R_e\ ,\ p_۱=p_۲$$

$$p_۱=p_۲\Rightarrow m_۱v_۱=m_۲v_۲\xrightarrow[m_۱=m]{m_۲=۲m} mv_۱=۲mv_۲\Rightarrow v_۲=\frac{۱}{۲}v_۱$$

با توجه به این‌که هر دو ماهواره در مسیری دایره‌ای‌شکل در حال گردش هستند، داریم:

$$F_{net}=\frac{mv^۲}{r}\xrightarrow[F_{net}=F_{گرانشی}]{F_{گرانشی}=\frac{GmM_e}{r^۲}}\frac{mv^۲}{r}=\frac{GmM_e}{r^۲}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$\frac{۱}{۴}=\frac{r_۱}{r_۲}\Rightarrow r_۲=۴r_۱$$

با جایگذاری مقدار $r_۱=۲R_e$ در رابطهٔ فوق می‌توان نوشت:

$$r_۲=۴r_۱\xrightarrow{r_۱=R_e+R_e}۴(۲R_e)=۸R_e$$

از طرفی داریم: $\Rightarrow r_۲=R_e+h_۲\xrightarrow{r_۲=۸R_e}۸R_e=R_e+h$

$$\Rightarrow ۷R_e=h\Rightarrow R_e=\frac{۱}{۷}h$$

۷۷ ۱ می‌دانیم دورهٔ گردش دو ماهواره، مستقل از جرم آن‌هاست و برای مقایسهٔ دورهٔ دو ماهواره، با توجه به رابطهٔ دورهٔ گردش داریم:

$$T=\frac{۲\pi r}{v}\Rightarrow\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{r_۱}{r_۲}\times\frac{v_۲}{v_۱}$$

با توجه به این‌که هر دو ماهواره در مسیر دایره‌ای‌شکل در حال گردش هستند، داریم:

$$F_{net}=m\frac{v^۲}{r}\xrightarrow[F_{net}=F_{گرانشی}]{F_{گرانشی}=\frac{GmM_e}{r^۲}}\frac{mv^۲}{r}=\frac{GmM_e}{r^۲}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}\quad(*)$$

بنابراین: $\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{r_۱}{r_۲}\times\frac{v_۲}{v_۱}\xrightarrow{(*)}\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{r_۱}{r_۲}\times\sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}\Rightarrow\frac{T_۱}{T_۲}=\sqrt{(\frac{r_۱}{r_۲})^۳}$

ماهوارهٔ اول، در ارتفاعی معادل شعاع زمین و ماهوارهٔ دوم در ارتفاعی معادل ۳ برابر شعاع زمین قرار دارد، بنابراین:

$$r_۱=h_۱+R_e\xrightarrow{h_۱=R_e}r_۱=R_e+R_e=۲R_e$$

$$r_۲=h_۲+R_e\xrightarrow{h_۲=۳R_e}r_۲=۳R_e+R_e=۴R_e$$

در نتیجه داریم:

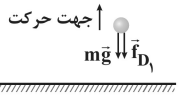
$$\frac{T_۱}{T_۲}=\sqrt{(\frac{r_۱}{r_۲})^۳}\xrightarrow[r_۲=۴R_e]{r_۱=۲R_e}\frac{T_۱}{T_۲}=\sqrt{(\frac{۲R_e}{۴R_e})^۳}=\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۳}=\sqrt{\frac{۱}{۸}}=\frac{۱}{\sqrt{۸}}$$

$$\Rightarrow\frac{T_۱}{T_۲}=\frac{۱}{\sqrt{۸}}\times\frac{\sqrt{۸}}{\sqrt{۸}}=\frac{\sqrt{۸}}{۸}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۸}$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۷۸ ۲ شتاب بالا رفتن گلوله را با استفاده از قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم:

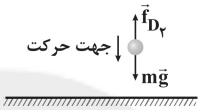


$$\text{در هنگام بالا رفتن} \Rightarrow F_{net_1} = ma_1 \Rightarrow -mg - f_{D_1} = ma_1$$

$$\xrightarrow{f_{D_1} = \frac{25}{100}mg} -mg - \frac{25}{100}mg = ma_1 \Rightarrow -\frac{5}{4}mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}g$$

شتاب پایین آمدن (سقوط) گلوله را نیز با استفاده از قانون دوم نیوتون تعیین می‌کنیم:



$$\text{در حین پایین آمدن} \Rightarrow F_{net_2} = ma_2 \Rightarrow mg - f_{D_2} = ma_2$$

$$\xrightarrow{f_{D_2} = \frac{20}{100}mg} mg - \frac{20}{100}mg = ma_2 \Rightarrow 0/8mg = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = 0/8g \Rightarrow a_2 = \frac{4}{5}g$$

جابه‌جایی گلوله در مسیر رفت و برگشت یکسان است، بنابراین:

$$|\Delta y_1| = |\Delta y_2| \Rightarrow |\frac{1}{2}a_1t_1^2| = |\frac{1}{2}a_2t_2^2| \Rightarrow \frac{5}{4}t_1^2 = \frac{4}{5}t_2^2$$

$$\Rightarrow (\frac{t_1}{t_2})^2 = (\frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{4}}) \Rightarrow (\frac{t_1}{t_2})^2 = \frac{16}{25} \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{جذر}} \frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{5}$$

۷۹ ۱ با استفاده از رابطهٔ $T = \frac{t}{n}$، دورهٔ حرکت متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}s$$

حال با استفاده از رابطهٔ $v = \frac{2\pi r}{T}$، سرعت حرکت متحرک را محاسبه می‌کنیم:

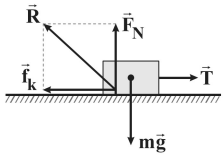
$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow[r = \frac{d}{2} = 5m]{T = \frac{1}{2}s} v = \frac{2\pi \times 5}{\frac{1}{2}} = 20\pi \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از رابطهٔ $F = \frac{mv^2}{r}$، اندازهٔ نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{2/5 \times (20\pi)^2}{5} = \frac{2/5(400\pi^2)}{5} = 200\pi^2$$

$$\Rightarrow F = 200\pi^2 (N)$$

۸۰ ۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس شتاب حرکت آن صفر است، بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=0} F_{net} = 0 \Rightarrow T - f_k = 0$$

$$\Rightarrow T = f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} T = \mu_k mg$$

$$\xrightarrow[\mu_k = 0/5]{m = 5kg} T = 0/5 \times 5 \times 10 = 25N \Rightarrow f_k = 25N$$

اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند $(\vec{R})$ برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{F_N = mg} \sqrt{f_k^2 + (mg)^2} = \sqrt{25^2 + 50^2} = 25\sqrt{5}N$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{T}{R} = \frac{25}{25\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{T}{R} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۸۱ ۳ در نمودار $P-T$، خط گذرنده از مبدأ مختصات، نشان‌دهندهٔ فرایند هم‌حجم است. از آن‌جا که خط گذرنده از نقاط a و d از مبدأ مختصات می‌گذرد، حجم گاز در نقطهٔ a با حجم گاز در نقطهٔ b برابر بوده و کار در کل مسیر برابر صفر است. هم‌چنین از نقطهٔ a تا نقطهٔ d دما افزایش یافته، پس ΔU نیز افزایش یافته و مثبت است. حال بنابر قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} Q = \Delta U \xrightarrow{\Delta U > 0} Q > 0$$

از آن‌جا که Q مثبت است، یعنی گاز گرما گرفته است، بنابراین Q سؤال که گرمای گرفته‌شده از گاز است، منفی خواهد بود.

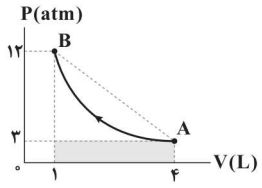
۸۲ ۱ می‌دانیم مساحت سطح زیر نمودار $P-V$ بیان‌کنندهٔ قدرمطلق کار انجام‌شده توسط گاز است. با توجه به شکل باید در ابتدا مقدار تقریبی برای مساحت زیر نمودار $(|W|)$ به دست آوریم. با وصل کردن نقطهٔ A به نقطهٔ B ذوزنقه‌ای قائم‌الزاویه به دست می‌آید که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{(3+12) \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3}}{2} = 2250J$$

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0$$ از آن‌جا که گاز منقبض شده است، پس داریم:

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir



پس W نهایتاً می‌تواند ۲۲۵۰J شود. هم‌چنین مقدار W باید از مساحت مستطیل زیر نمودار بیشتر باشد چرا که مساحت زیر نمودار نمی‌تواند از آن کم‌تر باشد، پس داریم:

$$S_{\text{مستطیل}} = ۳\times۱۰^{-۳}\times۳\times۱۰^{۵} = ۹۰۰$$

پس کار انجام‌شده در محدودهٔ ۹۰۰ و ۲۲۵۰J است.

با توجه به قانون اول ترمودینامیک و این‌که فرایند، هم‌دما است، داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = ۰} Q = -W$$

از آن‌جا که W در محدودهٔ ۹۰۰J و ۲۲۵۰J است، Q نیز در محدودهٔ ۹۰۰J− و ۲۲۵۰J− است.

۸۳ ۳ فرایندهای ab، bc و ca به ترتیب هم‌دما، هم‌حجم و بی‌دررو هستند. به یاد داشته باشید که بین دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو، فرایندی بی‌دررو است که شیب بیشتری دارد، یعنی ca. هم‌چنین طی فرایند ab، حجم گاز افزایش می‌یابد (رد گزینه‌های (۲) و (۴)). فرایند bc یک فرایند هم‌حجم است که طی آن دما کاهش می‌یابد. (رد گزینهٔ (۱))

۸۴ ۴ در یک چرخهٔ ترمودینامیکی، تغییرات انرژی درونی گاز برابر صفر است $(\Delta U = ۰)$، پس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = ۰} Q + W = ۰ \Rightarrow W = -Q$$

گاز در این چرخه ۲۵۰ ژول گرما از دست می‌دهد، یعنی: $Q = -۲۵۰J$

بنابراین $W = ۲۵۰J$ خواهد بود. در چرخه‌های پادساعتگرد در صفحهٔ $P-V$ کار انجام‌شده روی دستگاه، مثبت است.

اندازهٔ کار انجام‌شده در چرخه برابر با مساحت سطح داخل چرخه در صفحهٔ $P-V$ است.

$$S = |W| \Rightarrow S = ۲۵۰ \Rightarrow \frac{۱\times۱۰^{-۳}\times(P_۲-۱)\times۱۰^{۵}}{۲} = ۲۵۰$$

$$\Rightarrow (P_۲-۱)\times۱۰۰ = ۵۰۰ \Rightarrow P_۲ - ۱ = ۵ \Rightarrow P_۲ = ۶atm$$

۸۵ ۳ فرایند bc یک فرایند هم‌دما است، بنابراین:

$$\Delta T = ۰ \Rightarrow \Delta U = ۰$$
$$\Delta V > ۰ \Rightarrow W < ۰$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = ۰} Q + W = ۰ \Rightarrow Q = -W \xrightarrow{W < ۰} Q > ۰$$

در فرایند ab که هم‌حجم است، داریم:

$$\Delta V = ۰ \Rightarrow W = ۰$$

در این فرایند، فشار گاز افزایش یافته است، بنابراین دمای گاز نیز افزایش یافته است، در نتیجه:

$$\Delta T > ۰ \Rightarrow \Delta U > ۰$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W = ۰} \Delta U = Q \xrightarrow{\Delta U > ۰} Q > ۰$$

در فرایند da که بی‌دررو است، داریم:

$$Q = ۰$$
$$\Delta V < ۰ \Rightarrow W > ۰$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q = ۰} \Delta U = W \xrightarrow{W > ۰} \Delta U > ۰$$

کمیت / فرآیند	Q	W	ΔU
bc	مثبت	منفی	صفر
ab	مثبت	صفر	مثبت
da	صفر	مثبت	مثبت

۸۶ ۱ با استفاده از رابطهٔ بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = ۱ - \frac{|Q_L|}{Q_H} \xrightarrow{\eta = ٪۳۷/۵ = \frac{۳}{۸}} \frac{۳}{۸} = ۱ - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = \frac{۵}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵۰}{Q_H} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow Q_H = ۴۰۰J$$

بنابراین:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow ۴۰۰ = |W| + ۲۵۰ \Rightarrow |W| = ۱۵۰J$$

این ماشین در هر ثانیه، چهار چرخهٔ کامل را طی می‌کند، پس یک چرخه را در $\frac{۱}{۴}$ ثانیه طی می‌کند. در نتیجه با استفاده از رابطهٔ توان داریم:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{۱۵۰}{\frac{۱}{۴}} = ۶۰۰W$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۸۷ **۲** با توجه به شکل و از آن‌جا که شیب نمودار فرایند بی‌دررو بیشتر از شیب نمودار فرایند هم‌دما باید باشد، پس ab فرایند هم‌دما و bc فرایند بی‌دررو است.

تغییرات انرژی درونی یک چرخه همواره برابر صفر است، پس برای این چرخه می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca}$$

$$\xrightarrow[Q_{bc}=0]{\Delta U_{ab}=0} W_{bc} + Q_{ca} + W_{ca} = 0$$

$$\xrightarrow{Q_{ca}=-3000J} W_{bc} + W_{ca} = 3000J$$

کار انجام‌شده روی گاز در فرایند هم‌فشار ca را می‌توان از روی نمودار محاسبه کرد:

$$W_{ca} = -P\Delta V = -3\times10^{5}\times(2-6)\times10^{-3} = 1200J$$

بنابراین:

$$W_{bc} + W_{ca} = 3000J$$

$$\xrightarrow{W_{ca}=1200J} W_{bc} + 1200 = 3000 \Rightarrow W_{bc} = 1800J$$

۸۸ **۱** فقط عبارت «ج» درست است.

تغییرات انرژی درونی گاز در یک چرخه برابر صفر است.

از طرفی در چرخه‌های پادساعتگرد در صفحهٔ $P-V$، کار انجام‌شده روی دستگاه (گاز)، مثبت است.

$$\Delta U_{\text{کل}} = W_{\text{کل}} + Q_{\text{کل}} \xrightarrow{\Delta U_{\text{کل}}=0} Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}} \xrightarrow{W_{\text{کل}}>0} Q_{\text{کل}} < 0$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف)

$$\begin{cases} \Delta U_{cd} = \overset{0}{\cancel{Q_{cd}}} + W_{cd} \Rightarrow \Delta U_{cd} = W_{cd} \\ \Delta V_{cd} < 0 \Rightarrow W_{cd} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{cd} > 0 \Rightarrow U_d - U_c > 0 \Rightarrow U_d > U_c$$

ب) $W_{ab} = 0$، اما ΔU_{da} و ΔU_{bc} برابر صفر نیستند.

دقت کنید: نمودار $P-V$ یک فرایند هم‌دما از مبدأ نمودار $P-V$ نمی‌گذرد.

د) نتیجهٔ هم‌دما در نظر گرفتن فرایندهای da و bc می‌باشد که اشتباه است.

۸۹ **۳** می‌دانیم ابتدا باید در این سؤال مقدار مول اضافه‌شده به ظرف را محاسبه کنیم. برای این گاز داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

حال می‌دانیم مقدار مول اضافه‌شده به ظرف معادل اختلاف تعداد مول گاز در حالت دوم و تعداد مول گاز در حالت اول است، بنابراین:

$$n_{\text{اضافه‌شده}} = n_2 - n_1 = \frac{P_2V_2}{R_2T_2} - \frac{P_1V_1}{R_1T_1}$$

$$= \frac{7/2\times10^{5}\times20\times10^{-3}}{8\times240} - \frac{4\times10^{5}\times20\times10^{-3}}{8\times200}$$

$$\Rightarrow n_{\text{اضافه‌شده}} = 7/5 - 5 = 2/5\,mol$$

دقت کنید: دمای گاز در حالت اول و دوم باید برحسب کلوین باشد.

حال جرم $2/5\,mol$ هلیم را با توجه به جرم مولی آن محاسبه می‌کنیم:

$$m = n\times M = 2/5\times4 = 10g$$

۹۰ **۲** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) هنگامی که پیستون **در بالاترین وضعیت خود قرار دارد**، شمع جرقه می‌زند. (✗)

۲) مراحل ضربهٔ تراکم و ضربهٔ قدرت، بی‌دررو و مراحل آتش گرفتن و تخلیه، هم‌حجم هستند. (✓)

۳) در مرحلهٔ **تخلیه**، فشار گاز داخل سیلندر با فشار جو یکسان است. (✗)

۴) محصولات احتراق در مراحل تخلیه و ضربهٔ خروج گاز از دریچه خارج می‌شوند. (✗)

۹۱ **۳** ابتدا به کمک قاعدهٔ دست راست، قطب‌های مغناطیسی سیملولهٔ سمت چپ را مشخص می‌کنیم:

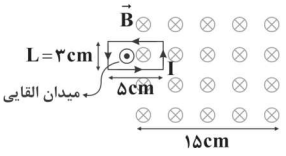
بنابراین سیملولهٔ (۱) در حال دفع کردن آهنربا است، بنابراین حتماً آهنربا به سیملولهٔ (۱) نزدیک شده است که سیملولهٔ (۱) با نزدیک شدن آن مخالفت می‌کند.

از طرف دیگر آهنربا در حال دور شدن از سیملولهٔ (۲) می‌باشد، بنابراین سمت چپ سیملولهٔ (۲) قطب N می‌شود تا آهنربا را جذب کند. با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در سیملولهٔ (۲) را مشخص می‌کنیم، بنابراین جریان در مقاومت R_2 **از F به E عبور می‌کند.**

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۹۲ **۳** در هنگام ورود به میدان مغناطیسی که مدت زمان $\frac{۰/۰۵}{۲}=۰/۰۲۵s=۲۵ms$ نیاز دارد، شار مغناطیسی عبوری از قاب در حال افزایش بوده و با توجه به قانون لنز، جهت جریان القایی در قاب، پادساعتگرد (منفی) است. از سوی دیگر مقدار این جریان القایی برابر است با:

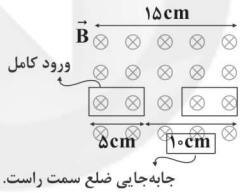


$$|\bar{I}|=|-\frac{NB\overbrace{\Delta A\cos۰^\circ}^{L\Delta x}}{R\Delta t}|$$

$$|\bar{I}|=|\frac{۱۰\times۲\times۱۰^{-۴}\times۳\times۱۰^{-۲}}{۱۰}\times\underbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}_{v=۲\frac{m}{s}}|\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}=۱۲\times۱۰^{-۶}A=۰/۰۱۲mA$$

با ورود کامل قاب به داخل میدان تا زمانی که ضلع سمت راست آن به انتهای میدان مغناطیسی می‌رسد، یعنی به مدت زمان ۵۰ms، تغییرات شار مغناطیسی عبوری از قاب صفر بوده و جریان القایی نیز صفر است، بنابراین:



$$\Delta t=\frac{۰/۱}{۲}=۰/۰۵s=۵۰ms$$

تنها نمودار ترسیم شده در گزینهٔ (۳) می‌تواند صحیح باشد.

دقت کنید: در مرحلهٔ خروج قاب از میدان، شار عبوری در حال کاهش و جریان القایی ساعتگرد (مثبت) است.

۹۳ **۱** در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$ شیب نمودار، ثابت است، پس نیروی محرکهٔ القایی متوسط و لحظه‌ای با هم برابر هستند.

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|-۱\times\frac{۰-۳}{۳}|=۱V$$

۹۴ **۴** ابتدا دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳T}{۴}=۰/۳\Rightarrow T=۰/۴s$$

اکنون معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t=۰/۰۵\sin\frac{۲\pi}{۰/۴}t=۰/۰۵\sin۵\pi t$$

مقدار جریان در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳۰}s$ را حساب می‌کنیم:

$$I=۰/۰۵\sin\frac{۵\pi}{۳۰}=۰/۰۵\sin\frac{\pi}{۶}=۲/۵\times۱۰^{-۲}A$$

در این صورت انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times۶/۲۵\times۱۰^{-۴}=۱/۲۵\times۱۰^{-۴}J$$

۹۵ **۲** تنها عبارت «ب» نادرست است.

اگر جریان عبوری از سیملوله‌ای نصف شود، انرژی ذخیره‌شده در آن $\frac{۱}{۴}$ **برابر می‌شود.**

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=(\frac{I_۲}{I_۱})^۲$$

$$\xrightarrow{I_۲=\frac{۱}{۲}I_۱}\frac{U_۲}{U_۱}=(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۴}$$

۹۶ **۲** با توجه به رابطهٔ نیرو محرکهٔ القایی متوسط $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، در رسم نمودارهای $\varepsilon-t$ و $\Phi-t$ حواستان باشد که ε و تغییرات شار، هم‌علامت نیستند.

نیرو محرکه مثبت باشد، تغییرات شار، منفی خواهد بود و هر چه مقدار نیرو محرکه بیشتر باشد، تغییرات شار نیز بیشتر خواهد بود. در این صورت گزینهٔ (۲) نمودار $\Phi-t$ مورد نظر است.

۹۷ **۲** ولتاژ دو سر مقاومت برابر است با:

$$\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\Rightarrow\frac{۳۰۰}{۹۰۰}=\frac{V_۲}{۱۵}\Rightarrow V_۲=۵V$$

بنابراین بیشینهٔ توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P_{max}=\frac{V_{max}^۲}{R}=\frac{۵^۲}{۲/۵}=۱۰W$$

۹۸ **۴** θ زاویه بین نیم‌خط عمود بر حلقه با جهت خطوط میدان مغناطیسی است، پس داریم:

$$\theta_۱=۹۰^\circ-۶۰^\circ=۳۰^\circ\ ,\ \theta_۲=۹۰^\circ-۳۰^\circ=۶۰^\circ$$

با توجه به رابطهٔ $\Phi=AB\cos\theta$ داریم:

$$\Phi_۱=\Phi_۲\Rightarrow A_۱B_۱\cos\theta_۱=A_۲B_۲\cos\theta_۲$$

$$\xrightarrow{A_۱=A_۲}\frac{B_۲}{B_۱}=\frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲}=\frac{\cos۳۰^\circ}{\cos۶۰^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۳}$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۹۹ **۲** با توجه به اطلاعات سؤال و رابطهٔ ضریب القاوری داریم:

$$\begin{cases} \ell_A = \frac{۱}{۲}\ell_B \\ N_A = ۳N_B \\ A_A = A_B \\ L = \mu_۰ \frac{AN^۲}{\ell} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{\cancel{A_A}^{۱}}{\cancel{A_B}} \times (\frac{N_A}{N_B})^۲ \times (\frac{\ell_B}{\ell_A}) = (\frac{۳N_B}{N_B})^۲ \times (\frac{\ell_B}{\frac{۱}{۲}\ell_B}) = ۳^۲ \times ۲ = ۱۸$$

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در القاگر داریم: $U = \frac{۱}{۲}LI^۲$

$$\Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times (\frac{I_A}{I_B})^۲ = ۱۸ \times (\frac{I_A}{۲I_A})^۲ = \frac{۱۸}{۴} = \frac{۹}{۲}$$

۱۰۰ **۳** تغییرات مساحت حلقه برابر است با:

$$A = \pi R^۲ = \pi \times (۰/۱)^۲ = ۰/۰۱\pi \ m^۲$$

$$|\Delta A| = \frac{۲۰}{۱۰۰}A = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۰/۰۱\pi = ۰/۰۰۲\pi \ m^۲$$

بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$|\overline{\varepsilon}| = |\frac{-\Delta\Phi}{\Delta t}| = |B\frac{\Delta A}{\Delta t}| = ۰/۰۲ \times \frac{۰/۰۰۲\pi}{۰/۰۱} = ۰/۰۰۴\pi \ V$$

با کشیدن حلقه، مساحت آن کم می‌شود و شار مغناطیسی گذرنده از آن کاهش می‌یابد. مطابق با قانون لنز، جریانی در حلقه القا می‌شود تا میدان مغناطیسی ناشی از آن با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین جهت جریان میدان مغناطیسی القایی در حلقه باید درونسو باشد، پس طبق قاعدهٔ دست راست، **جهت جریان القایی در حلقه ساعتگرد می‌باشد.**

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

شیمی

۱۰۱ ۱ در جدول پتانسیل کاهشی استاندارد، علامت E° فلزهایی که قدرت کاهندگی بیشتر از H_2 دارند، منفی است.

۱۰۲ ۴

$$2Al(s)+3CuSO_4(aq)\rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq)+3Cu(s)$$

$$2Al(s)\sim 6e^-\sim 3Cu(s)$$

با مصرف ۲ مول آلومینیم $(2\times 27g\ Al)$ و مبادلهٔ ۶ مول الکترون $(6\times 6/02\times 10^{23}e^-)$، ۳ مول فلز مس $(3\times 64g\ Cu)$ تولید شده و $(2\times 27)-(3\times 64)=138$ گرم بر جرم تیغه افزوده می‌شود.

$$\begin{matrix}\text{شمار الکترون‌ها} & \text{افزایش جرم تیغه}\\ 6\times 6/02\times 10^{23} & 138g\\ 9/03\times 10^{21} & x\end{matrix}\Rightarrow x=0/345g$$

۱۰۳ ۲ فقط عبارت (ب) درست است.

مطابق داده‌های سؤال، قدرت کاهندگی فلزها به صورت $Hg<Sn<Mn$ است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) اتم‌های هیچ فلزی کاهش نمی‌یابند.

پ) الکترون‌ها از دیوارهٔ متخلخل عبور نمی‌کنند.

ت) اتم‌های فلزی کاهنده هستند، نه اکسنده!!

۱۰۴ ۱ در سلول گالوانی آلومینیم ـ نقره، جرم تیغهٔ آلومینیم (آند) کاهش و جرم تیغهٔ نقره (کاتد) افزایش می‌یابد.

$$Al(s)+3Ag^+(aq)\rightarrow Al^{3+}(aq)+3Ag(s)$$

$$\frac{x\ g\ Al}{1\times 27}=\frac{5/4Ag}{3\times 108}\Rightarrow x=0/45g\ Al$$

$$\text{درصد کاهش جرم تیغه Al}=\frac{0/45g}{5/4g}\times 100=\%8/33$$

۱۰۵ ۳ در سلول گالوانی $Ag-Au$، الکترود نقره، آند و الکترود طلا، کاتد است.

$$E^\circ_{\text{سلول}}=E^\circ_{\text{کاتد}}-E^\circ_{\text{آند}}=1/50-0/80=0/70V$$

$$E_{\text{سلول}}=0/70-\frac{0/059}{3}\log\frac{0/2}{0/4}$$

$$E_{\text{سلول}}=0/70-(0/02\times(-0/3))=0/706V$$

۱۰۶ ۱ فقط عبارت سوم درست است.

در سلول گالوانی استاندارد هیدروژن ـ مس، نیم‌سلول‌های هیدروژن و مس به ترتیب آند و کاتد هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- جرم تیغهٔ موجود در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، تغییر نمی‌کند.
- از این سلول می‌توان برای اندازه‌گیری پتانسیل الکترودی استاندارد مس به طور نسبی و در مقایسه با پتانسیل الکترودی سلول استاندارد هیدروژن استفاده کرد.
- کاتیون‌های H^+ با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول استاندارد مس (کاتد) حرکت می‌کنند.

۱۰۷ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

$$\text{سلول آهن - نقره}\begin{cases}\text{(قطب منفی) آند :آهن}\\ \text{(قطب مثبت) کاتد :نقره}\end{cases}$$

$$\text{سلول منیزیم -آهن}\begin{cases}\text{(منفی) آند :منیزیم}\\ \text{(مثبت) کاتد :آهن}\end{cases}$$

بررسی عبارت‌ها:

- قطب الکترود Fe از منفی به مثبت تغییر می‌یابد.
- در حالت اول E° سلول برابر است با: $emf=0/80-(-0/44)=1/24$
- در حالت دوم E° سلول برابر است با: $emf=(-0/44)-(-2/37)=1/93$

$$\frac{1/93-1/24}{1/24}>0/5$$

- جرم تیغهٔ آهن در سلول اولیه، کاهش ولی در سلول جدید افزایش می‌یابد.
- در سلول اولیه جهت جریان الکترون از سمت آهن به سمت نقره ولی در سلول جدید از سمت منیزیم به سمت آهن است.

۱۰۸ ۳ • تنها با قراردادن تیغه‌های فلزی آهن و روی در محلول مس (II) نیترات یک واکنش شیمیایی انجام می‌شود.

- از آن‌جا که روی کاهنده‌تر از آهن است، دمای ظرف شامل تیغهٔ روی افزایش بیشتری می‌یابد.

۱۰۹ ۲ ولتاژی که ولت‌سنج سلول گالوانی نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل میان دو نیم‌سلول بوده که به مرور کاهش می‌یابد تا به صفر برسد.

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۱۱۰ ۲ **بررسی عبارت‌ها:**

آ) فلز D با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد زیرا E° مربوط به کاتیون D بزرگ‌تر از E° مربوط به یون H^+ (صفر) است.

ب) فلز A با محلول کاتیون D واکنش می‌دهد، زیرا فلز A کاهنده‌تر از فلز D است. بنابراین ظرف A برای نگه‌داری محلول کاتیون D مناسب نیست.

پ) در سلول گالوانی حاصل از A و B، الکترود A، آند و الکترود B کاتد است. بنابراین کاتیون‌های A به سمت کاتد (الکترود B) حرکت می‌کنند.

ت) با توجه به این‌که از موقعیت D در سری الکتروشیمیایی اطلاعی نداریم، درستی این عبارت بدیهی است.

۱۱۱ ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• فلز آهن با محلول نیکل (II) به طور طبیعی واکنش می‌دهد زیرا آهن کاهنده‌تر از نیکل است.

• فلز Cd با محلول سرب (II) به طور طبیعی واکنش می‌دهد. زیرا Cd کاهنده‌تر از Pb است. در چنین واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، فراورده‌ها سطح انرژی پایین‌تری در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها دارند.

• مقایسهٔ میان قدرت اکسندگی گونه‌ها به صورت $Pb^{2+} > Ni^{2+} > Cd^{2+} > Fe^{2+}$ است.

• حداکثر می‌توان ۶ نوع سلول گالوانی ساخت و بیشترین emf متعلق به سلولی است که الکترودهای آن بیشترین فاصله را از هم دارند.

۱۱۲ ۲ در سلول گالوانی روی ـ نقره که الکترودهای روی و نقره به ترتیب آند و کاتد هستند با گذشت زمان غلظت یون‌های Zn^{2+} و Ag^+ به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند (حذف گزینه‌های ۱ و ۴). از طرفی تغییرات غلظت یون Ag^+، دو برابر تغییرات غلظت یون Zn^{2+} است.

$$Zn(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2Ag(s)$$

۱۱۳ ۳ فقط مورد اول در عمل هیچ‌گاه رخ نمی‌دهد.

زیرا برای ادامهٔ واکنش اکسایش ـ کاهش، محلول‌های موجود در هر دو ظرف باید از نظر بار الکتریکی خنثی بمانند.

۱۱۴ ۲ فلوئور اکسنده‌ترین عنصر جدول دوره‌ای است که در گروه ۱۷ و دورهٔ دوم جدول تناوبی جای دارد.

۱۱۵ ۳ لیتیم در میان فلزها، کم‌ترین چگالی و E° را دارد.

۱۱۶ ۲ **بررسی عبارت‌های نادرست:**

ب) در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۴ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

پ) اگر محلول سیرشده‌ای از لیتیم سولفات را به اندازهٔ کافی گرم کنیم، مقداری از حل‌شوندهٔ آن ته‌نشین می‌شود.

۱۱۷ ۳ شکل‌های مربوط به مولکول‌های H_2O و HCl نادرست نشان داده شده‌اند. زیرا در هر کدام از این مولکول‌ها، اتم‌های H، که سر مثبت مولکول را تشکیل می‌دهند باید به سمت صفحهٔ با بار منفی میدان الکتریکی جهت‌گیری کنند.

۱۱۸ ۳ به‌جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

•
$$NaNO_3 \begin{cases} 15^\circ C : S = 0/8(15) + 72 = 84g \\ 35^\circ C : S = 0/8(35) + 72 = 100g \end{cases}$$

به ازای ۱۰۰ گرم آب، جرم محلول سیرشده $NaNO_3$ در دماهای $35^\circ C$ و $15^\circ C$ به ترتیب برابر ۲۰۰ و ۱۸۴ گرم است، تفاوت جرم این دو محلول همان رسوب تولیدشده بر اثر کاهش دما است:

$$\frac{(200-184)g}{200g} \times 100 = \%8$$

• در دمای ثابت نمی‌توان محلول فراسیر شده ساخت.

• در دمای $60^\circ C$، انحلال‌پذیری KCl برابر است با:

$$S = 0/3(60) + 27 = 45g$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{45}{(100+45)} \times 100 \simeq \%31$$

• در تمامی دماها انحلال‌پذیری $NaNO_3$ بیشتر از KCl است. زیرا هم شیب و هم عرض از مبدأ معادله مربوط به $NaNO_3$ بیشتر از معادله KCl است.

۱۱۹ ۴

$$S = a\theta + b$$

$$\begin{cases} \theta_1 = 20^\circ C \, , \, S_1 = 99g \\ \theta_2 = 45^\circ C \, , \, S_2 = 129g \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{129-99}{45-20} = \frac{30}{25} = 1/2$$

یکی از نقاط بالا را استفاده کرده و معادلهٔ خط را پیدا می‌کنیم:

$$S - 99 = 1/2(\theta - 20) \Rightarrow S = 1/2\theta - 24 + 99 = 1/2\theta + 75$$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

در دمای $30^\circ C$ حداکثر می‌توان $111 = 75 + (30)1/2$ گرم از ترکیب A را در $100g$ آب حل کرد و محلولی به جرم $211g$ تهیه کرد.

$$\begin{matrix} \text{جرم حل‌شونده} & \text{جرم محلول} \\ \begin{bmatrix} 111 & 211 \\ x & 527/5 \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow x = 277/5g$$

۱۲۰ **۳** به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

برخلاف آب، ساختار یخ منظم است.

۱۲۱ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• مولکول‌های O_2 و N_2 هر دو ناقطبی هستند و جرم مولی O_2 بیشتر از N_2 است. بیشتر بودن جرم O_2 در مقایسه با N_2 باعث می‌شود که نیروهای بین مولکولی O_2 به نسبت قوی‌تر بوده و راحت‌تر به حالت مایع تبدیل می‌شود.

• خیار در آب شور به طور خودبه‌خودی چروکیده می‌شود و نمونه‌ای از فرایند اسمز است.

۱۲۲ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• قطبیت مولکول C بیشتر از مولکول H_2O است، زیرا گشتاور دوقطبی بزرگ‌تری دارد.

• B نمی‌تواند اتانول باشد، زیرا نقطهٔ جوش اتانول مایع بالاتر از $273K$ است.

۱۲۳ **۳**

$$\text{غلظت مولی} = \frac{(\text{درصد جرمی})(\text{چگالی محلول})10}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow 4/5 = \frac{10 \times a \times 1/2}{100}$$

$$\Rightarrow a = 37/5$$

محلول ۳۷/۵٪ جرمی یعنی این‌که به ازای $100g$ محلول، ۳۷/۵ گرم حل‌شونده و ۶۲/۵ گرم آب داریم:

$$?g\,KNO_3 = 100g\,H_2O \times \frac{37/5g\,KNO_3}{62/5g\,H_2O} = 60g\,KNO_3$$

۱۲۴ **۴** هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۱۲۵ **۱** با استفاده از روش‌های اسمزمعکوس و صافی کربن می‌توان ترکیب‌های آلی فرار را از آب آلوده جدا کرد.

۱۲۶ **۱** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) پلی استیرن: $\frac{8}{8} = 1 : \{C_8H_8\}_n$

۲) تفلون: $\frac{2}{4} = 0/5 : \{C_2F_4\}_n$

۳) پلی سیانواتن: $\frac{3}{3+1} = 0/75 : \{C_3H_3N\}_n$

۴) پلی وینیل کلرید: $\frac{2}{3+1} = 0/5 : \{C_2H_3Cl\}_n$

۱۲۷ **۴** به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

پلی‌اتن، جامدی سفیدرنگ است.

۱۲۸ **۲** عبارت‌های دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در مولکول ساده‌ترین آمید ($HCONH_2$) برابر با $\frac{6}{4} = 1/5$ است.

• به عنوان نمونه پلی‌پروپن یک هیدروکربن سیرشده بوده و واکنش‌پذیری آن ناچیز است، در حالی که مونومر آن (پروپن)، هیدروکربنی سیرنشده است و واکنش‌پذیری زیادی دارد.

۱۲۹ **۳** به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• فرمول این ترکیب، $C_4H_8O_4$ و فرمول ساده‌ترین دی‌اسید $C_2H_2O_4$ بوده و در نتیجه جرم مولی آن نمی‌تواند دو برابر جرم مولی ساده‌ترین دی‌اسید باشد.

• ترکیب داده‌شده ($C_4H_8O_4$) همانند اتیل استات ($CH_3COOC_2H_5$) دارای ۸ اتم هیدروژن است.

• ترکیب داده‌شده ($C_4H_8O_4$) همانند اسید سازندهٔ استر موجود در آناناس (اتیل بوتانوات) که بوتانوییک اسید ($C_4H_8O_2$) می‌باشد، دارای ۴ اتم کربن است.

• این ترکیب دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل و هیدروکسیل بوده و می‌توان از آن برای تولید پلی‌استر استفاده کرد.

۱۳۰ **۳** الکل مورد نظر همان $C_5H_{11}OH$ و اسید مورد نظر نیز $HCOOH$ است. بنابراین ترکیب آلی A یک استر ۶کربنی با فرمول $C_6H_{12}O_2$ است.

$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} : \frac{6(4) + 12(1) + 2(2)}{2} = 20$$

$$\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}\,(2) : (\text{تعداد اتم‌های اکسیژن}) \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{20}{4} = 5$

forum.konkur.in
www.1shoo.ir

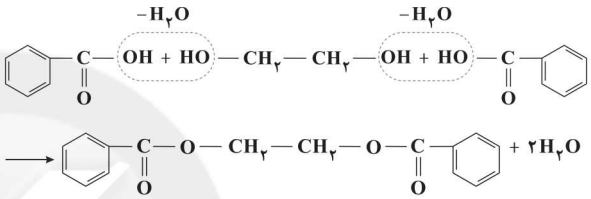
www.1shoo.ir

۱۳۱ ۱ بررسی عبارت‌های نادرست:

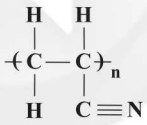
ب) جرم مولی متیل آمین (CH_3NH_2)، سیانواتن (C_3H_3N) واتین (C_2H_2) به ترتیب برابر با ۳۱، ۵۳، و ۲۶ گرم بر مول است.

پ) پلیمرهای طبیعی مانند شاخ گوزن و پشم گوسفند از ۴ عنصر (O , N , H , C) تشکیل شده‌اند.

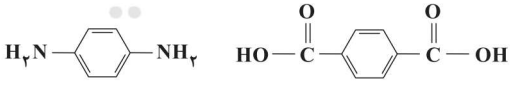
۱۳۲ ۱ ترکیب (I) یک دی‌الکل و ترکیب (II) یک کربوکسیلیک اسید است. از واکنش این دو ترکیب نمی‌توان پلی‌استر تولید کرد. زیرا ترکیب (II) دی‌اسید نیست. دی‌الکل داده‌شده از دو سمت خود با مولکول اسید آلی واکنش می‌دهد.



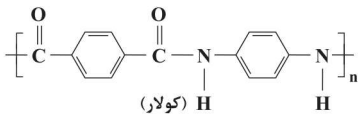
۱۳۳ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. در هر واحد تکرارشونده از پلی‌سیانواتن، یک پیوند سه‌گانه وجود دارد:



۱۳۴ ۱ مطابق داده‌های سؤال، ساختار دی‌آمین A ، دی‌اسید B و کولار به صورت زیر است:



(A) (B)



همان‌طور که می‌بینید در هر واحد تکرارشونده از کولار، ۸ پیوند وجود داشته و جرم مولی واحد تکرارشونده برابر است با:

$$CO(C_6H_4)CONH(C_6H_4)NH:$$

$$2(12+16)+2(72+4)+2(14+1)=2(28+76+15)=238\,g.mol^{-1}$$

$$?g=4/816\times10^{25}\,\text{پیوند دوگانه}\times\frac{238g}{8\times6/02\times10^{23}\,\text{پیوند دوگانه}}$$

$$=2380g\equiv2/38kg$$

۱۳۵ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ساختار ویتامین C ، یک گروه عاملی استری و چهار گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

۲) ویتامین A در مجموع یک مولکول ناقطبی بوده و نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌های آن نمی‌تواند به طور عمده از نوع پیوند هیدروژنی باشد.

۳) در ساختار ویتامین K یک حلقهٔ بنزنی و دو گروه عاملی کتونی وجود دارد.

سایت کنکور
forum.konkur.in
www.1shoo.ir